МІНІСТЕРСТВО ВНУТРІШНІХ СПРАВ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНА ГВАРДІЯ УКРАЇНИ
КИЇВСЬКИЙ ІНСТИТУТ НАЦІОНАЛЬНОЇ ГВАРДІЇ УКРАЇНИ

О. О. Морозов, М. О. Ктіторов

МОДЕЛІ ТА МЕТОДИ ОПТИМІЗАЦІЇ СИСТЕМ ОБСЛУГОВУВАННЯ СКЛАДОВИХ СИЛ ОБОРОНИ УКРАЇНИ

МОНОГРАФІЯ

Київ
2026

УДК 623.4
М 80

Автори:
О. О. Морозов – доктор технічних наук, професор;
М. О. Ктіторов – кандидат юридичних наук, старший дослідник.

Рекомендовано до друку Вченою радою Київського інституту Національної гвардії України (протокол № 4 від 29.09.2026 р.)

Морозов О. О., Ктіторов М. О. Моделі та методи оптимізації систем
М 80 обслуговування складових сил оборони України : монографія. Київ : КІ НГУ, 2026. 216 с.

ISBN 978-617-8361-48-8

Розглянуто теоретичні основи оптимізації та адаптивного управління процесами обслуговування у складних інформаційних, організаційно-технічних і військових системах. Особливу увагу приділено застосуванню математичних моделей, методів і алгоритмів для підвищення ефективності функціонування складових сил оборони в умовах динамічної оперативної обстановки, обмеженості ресурсів та впливу зовнішніх чинників. Практичне використання розроблених підходів ілюструється на прикладі задач оптимізації управління силами і засобами, логістичного забезпечення, технічного обслуговування озброєння та військової техніки, організації зв'язку, інформаційного супроводу й підтримання готовності підрозділів. Монографія призначена для науковців, офіцерів органів військового управління, фахівців сектору безпеки і оборони, а також інженерно-технічних працівників, діяльність яких пов'язана з дослідженням, прогнозуванням та оптимізацією нестаціонарних процесів функціонування складових сил оборони України.

УДК 623.4

Рецензенти:
В. І. Мірненко, начальник відділу розвитку науково-технічного потенціалу Акціонерного товариства «Українська оборонна промисловість», доктор технічних наук, професор, Заслужений працівник освіти України;
О. Г. Водчиць, завідувач кафедри військової підготовки Національного університету «Київський авіаційний інститут», кандидат технічних наук, доцент.

© Морозов О. О., Ктіторов М. О., 2026
ISBN 978-617-8361-48-8 © Київський інститут Національної гвардії України, 2026

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ 5
ВСТУП 6
РОЗДІЛ 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ ОПТИМІЗАЦІЇ ТА АДАПТИВНОГО УПРАВЛІННЯ СИСТЕМАМИ ОБСЛУГОВУВАННЯ 9
1.1 Основні напрями дослідження систем обслуговування 9
1.2 Класифікація систем обслуговування 12
1.3 Модель узагальненої системи обслуговування 16
1.4 Цілі й задачі оптимізації та адаптивного управління системами обслуговування 22
Висновки до розділу 1 24
Перелік джерел посилання до розділу 1 25
РОЗДІЛ 2. МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ОПТИМІЗАЦІЇ СИСТЕМ ОБСЛУГОВУВАННЯ 28
2.1 Загальна модель оптимізації нестаціонарних систем обслуговування 28
2.2 Системи масового обслуговування 35
2.3 Системи разового обслуговування 40
2.4 Системи активного обслуговування 46
Висновки до розділу 2 57
Перелік джерел посилання до розділу 2 58
РОЗДІЛ 3. МЕТОДИ ОПТИМІЗАЦІЇ ТА АДАПТИВНОГО УПРАВЛІННЯ СИСТЕМАМИ ОБСЛУГОВУВАННЯ 61
3.1 Класифікація методів оптимізації систем обслуговування 61
3.2 Алгоритм векторної оптимізації параметрів системи 62
3.3 Детерміновані методи оптимізації 65
3.4 Стохастичні методи оптимізації 73
3.5 Методика й технологія адаптивного управління нестаціонарними системами обслуговування 82
Висновки до розділу 3 94
Перелік джерел посилання до розділу 3 95
РОЗДІЛ 4. ПРАКТИЧНІ ЗАДАЧІ ОПТИМІЗАЦІЇ СИСТЕМ ОБСЛУГОВУВАННЯ 99

4.1 Вибір оптимального кількості засобів протитанкової оборони 99
4.2 Оптимізація бортових банків даних літальних апаратів 107
4.3 Рандомізовані плани роботи центру документального опрацювання інформації 115
4.4 Оптимізація параметрів пошуку та обслуговування наземних об'єктів літальними апаратами 128
4.5 Вибір параметрів системи ідентифікації об'єктів 133
Висновки до розділу 4 145
Перелік джерел посилання до розділу 4 147
Загальні висновки 150
ДОДАТОК А. Таблиці та графіки результатів розв'язання задач оптимізації 154
ДОДАТОК Б. Статистичні дані роботи центру документального опрацювання інформації та рандомізовані плани опрацювання документів 197

ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ

ББД – бортова база даних;
ББнД – бортовий банк даних;
БД – база даних;
БЗП – буферний запам’ятовувальний пристрій;
БСУБД – бортова система управління базами даних;
БЦОМ – бортова цифрова обчислювальна машина;
ЕОМ – електронна обчислювальна машина;
ЗП – запам’ятовувальний пристрій;
ІБЦОМ – інформаційна БЦОМ;
ЛА – літальний апарат;
МЗО – мобільний засіб обслуговування;
НСМО – нестаціонарна СМО;
НСО – нестаціонарна система обслуговування;
ОДЗ – область допустимих значень;
ОЗП – оперативний запам’ятовувальний пристрій;
ОПР – особа, що приймає рішення;
ОС – обчислювальна система;
ПАВ – підсистема аналізу вимог;
ПЗ – програмне забезпечення;
ПОВ – підсистема обслуговування вимог;
ППВ – підсистема прийому вимог;
ПТО – протитанкова оборона;
ПУО – підсистема управління обслуговуванням;
САО – система активного обслуговування;
СІО – система ідентифікації об’єктів;
СМО – система масового обслуговування;
СРО – система разового обслуговування;
ССО – складна система, що обслуговується;
СУБД – система управління базами даних;
УСО – узагальнена система обслуговування;
ЦДОІ – центр документальної опрацювання інформації.

ВСТУП

У процесі аналізу та синтезу складних організаційно-технічних систем обслуговування є поширеними математичні моделі й методи теорії масового обслуговування. Як показує аналіз стану проблеми, найбільш широко описуються системи обслуговування, що функціонують у сталому режимі. Водночас у галузях проєктування систем технічного обслуговування, управління моніторингом навколишнього середовища, планування бойових дій тощо реальні системи характеризуються функціонуванням у несталому режимі та зміною їхніх параметрів залежно від станів системи. Це зумовлює потребу використання математичних моделей, які дають змогу описувати нестаціонарні системи обслуговування, що формалізуються за допомогою систем диференціальних рівнянь.

Крім того, розширюється коло задач обслуговування, що вимагає розроблення нових моделей систем масового обслуговування, які відрізняються від наявних. З'явилася потреба адаптації параметрів системи до змінних умов функціонування.

У переважній більшості робіт розглядається оптимізація систем обслуговування у сталому режимі їх функціонування. Використовуються методи скалярної оптимізації, хоча для найбільш повної характеристики функціонування реальних систем необхідне застосування багатокритеріального підходу.

Слід зазначити, що в науковій літературі здійснювалися спроби застосування моделей нестаціонарних систем масового обслуговування.

Отже, досить актуальною є задача розроблення математичних моделей і методів оптимізації організаційно-технічних систем обслуговування, використання яких призведе до підвищення ефективності їхнього функціонування. Для цього запропоновано метод параметричного синтезу зазначених систем, а також розроблено відповідні математичні моделі функціонування систем обслуговування, математичні методи оптимізації їхніх параметрів, методики та інформаційної технології адаптивного управління нестаціонарними системами обслуговування.

Під час розв'язання сформульованих у роботі задач використано методи системного аналізу й моделювання, теорії систем і масового обслуговування, теорії ймовірностей та випадкових процесів, математичної статистики й планування експерименту, скалярної та векторної оптимізації, а також теорії адаптивного управління.

Математичні моделі, методи й алгоритми, запропоновані в монографії, дають змогу розв'язувати практичні задачі оптимізації та адаптивного управління функціонуванням нестаціонарних систем обслуговування різного призначення.

Застосування математичних моделей і методів оптимізації, а також методики та інформаційної технології адаптивного управління системами обслуговування сприяє підвищенню ефективності функціонування та зниженню вартості системи й процесу обслуговування.

Загальна математична модель і окремі моделі систем обслуговування можуть бути використані для ефективного розв'язання задач аналізу й параметричного синтезу різних видів систем обслуговування.

Перший розділ присвячено основним напрямам дослідження систем обслуговування та їх оптимізації. На основі системного аналізу різних типів процесів обслуговування наведено класифікацію систем за видами процесів, що дає змогу запровадити поняття узагальненої системи обслуговування та виокремити взаємозалежні етапи цього процесу. Розглянуто функціональну модель узагальненої системи обслуговування. Введено поняття нестаціонарної системи обслуговування, функціонування якої визначається нестале розподілом імовірностей за станами системи. Сформульовано цілі й задачі оптимізації та адаптивного управління системами обслуговування.

У другому розділі запропоновано загальну математичну модель оптимізації нестаціонарних систем обслуговування з використанням диференціальних рівнянь. Наведено термінальні й інтегральні характеристики системи, що визначаються за цією моделлю. Виокремлено параметри, що оптимізуються, та критерії оптимальності. Запропоновано математичні моделі, які описують функціонування розглянутих у першому розділі систем масового,

разового й активного обслуговування. Ці математичні моделі є складниками моделі нестаціонарної системи обслуговування. Вони враховують особливості функціонування розглянутих систем. Сформульовано багатокритеріальні задачі оптимізації параметрів для кожного класу систем обслуговування.

Третій розділ присвячено розгляду методів і алгоритмів, що застосовуються під час оптимізації та адаптивного управління системами обслуговування. Практика розв'язання задач оптимізації дає змогу ввести класифікацію методів, для кожного з яких, відповідно до особливостей, наведено загальну схему, детальний алгоритм та умови застосування. Запроваджено поняття рандомізованих планів обслуговування та розроблено алгоритм їх використання для реалізації оптимальних значень інтенсивності обслуговування. Сформульовано методику адаптивного управління на основі вирішального правила для визначення моментів перерахунку оптимальних значень відповідно до умов функціонування системи, що змінюється. Розроблено інформаційну технологію адаптивного управління організаційно-технічними системами обслуговування. Характерною рисою цієї технології є надання особі, яка приймає рішення (ОПР), оптимальних за Парето варіантів вектора параметрів для подальшого вибору практично реалізованого способу розв'язання.

У четвертому розділі наведено результати розв'язання задач оптимізації та адаптивного управління функціонуванням систем обслуговування. Зокрема, як приклади подано вибір оптимальної кількості засобів двох видів системи протитанкової оборони; налагодження параметрів бортових банків даних літальних апаратів; розроблення рандомізованих планів роботи центру документального опрацювання інформації органу управління та використання методики адаптивного управління для контролю ефективності роботи такого центру; оптимізацію виявлення та обслуговування наземних об'єктів із використанням бортової апаратури літальних апаратів, а також дослідження й удосконалення системи ідентифікації об'єктів за сигналами, отриманими від них.

У додатках А і Б наведено вихідні та проміжні дані, приклади відеоформ, а також результати розв'язання задач.

РОЗДІЛ 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ ОПТИМІЗАЦІЇ ТА АДАПТИВНОГО УПРАВЛІННЯ СИСТЕМАМИ ОБСЛУГОВУВАННЯ

Розділ присвячено вивченню загальних питань, пов'язаних із аналізом, оптимізацією та адаптивним управлінням різними системами обслуговування. Запропоновано класифікацію систем обслуговування, що дає змогу враховувати вид реальних процесів обслуговування. На основі аналізу наявних процесів сформовано модель узагальненої системи обслуговування, визначено її структуру та виокремлено основні етапи.

1.1 Основні напрями дослідження систем обслуговування

Аналіз стану проблеми та результати розв'язання практичних задач [1–8] дають змогу виокремити основні напрями дослідження систем обслуговування (рис. 1.1).

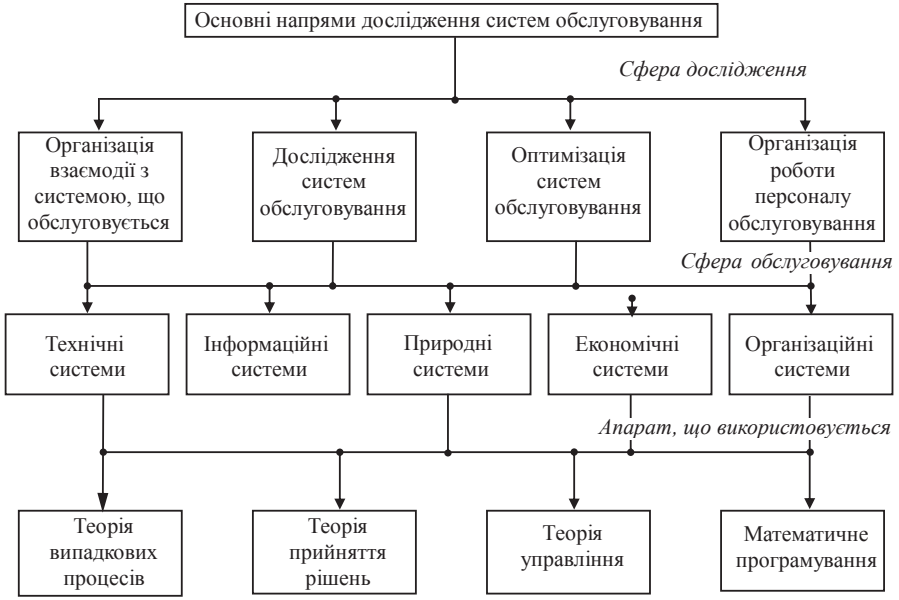

Рисунок 1.1 – Основні напрями дослідження систем обслуговування

Перший напрям досліджень пов'язаний із отриманням найбільш повної, достовірної і своєчасної інформації про систему, що обслуговується, а також із оперативним опрацюванням цієї інформації для адекватного опису поточного й прогнозованого станів системи.

Наступний напрям визначає необхідність аналізу наявних систем обслуговування, що дає змогу виокремити особливості їх функціонування. Третій напрям пов'язаний із постановкою та розв'язанням задач оптимізації досліджуваних систем обслуговування з використанням різноманітних математичних методів.

Останній напрям стосується вивчення проблем, пов'язаних із організацією роботи персоналу систем обслуговування, які є неформалізованими або важко формалізуються.

Найбільшого розвитку набули дослідження у сфері обслуговування складних технічних систем.

Для управління станом таких систем у процесі експлуатації слід знати достовірність результатів контролю – ступінь об'єктивності відображення технічного стану системи за отриманими даними. Ця характеристика стає найбільш важливою під час реалізації автоматичних і автоматизованих систем контролю [9].

Варто зазначити, що більшість прикладних задач із обслуговування технічних систем передбачає пошук ефективної стратегії управління, тобто оптимізацію параметрів обслуговування. Для цього використовуються різноманітні методи, зокрема з теорії оптимального управління [10]. На практиці обрані стратегії реалізуються автоматично або персоналом з обслуговування за допомогою технічних засобів.

Моделювання діяльності персоналу ґрунтується на застосуванні теорії масового обслуговування і теорії автоматичного регулювання [11].

Стрімкий розвиток обчислювальної техніки зумовив актуальність досліджень у сфері обслуговування інформаційних систем. Обчислювальні машини забезпечили апаратну базу для автоматизації процесів, пов'язаних з усіма аспектами роботи з інформацією.

Інформаційна система – це система, призначена для роботи з різноманітними інформаційними потоками, яка здійснює збирання, зберігання, опрацювання та передавання інформації. *Обчислювальні системи* (ОС) є особливим класом інформаційних систем. Прикладами ОС є апаратні засоби (процесори, запам'ятовувальні пристрої), програмне забезпечення (операційні системи, службові та прикладні програми) та обчислювальні комплекси (комп'ютери, мережі тощо).

Методи аналізу й оптимізації ОС, що використовуються найчастіше, можна об'єднати в такі групи: методи теорії масового обслуговування, методи марковського та експериментального моделювання, а також методи дифузійної апроксимації [12, 13]. У роботі [12] наведено ґрунтовний бібліографічний список із цього напряму досліджень, який охоплює переважно монографії та оглядові статті.

Під час застосування моделей масового обслуговування ОС розглядаються як сукупність обслуговувальних пристроїв, якими є різні ресурси системи: комп'ютер (у мережі), центральний процесор (в електронно-обчислювальній машині (ЕОМ), оперативна пам'ять, канали введення та виведення тощо. Програми формують запити до цих ресурсів – заявки на обслуговування. Принцип поділу ресурсів, що широко застосовується в ОС серед багатьох користувачів, програм і процесів, передбачає можливість створення черг до цих ресурсів [14]. Для аналізу й оптимізації обчислювальних систем використовують і мережі масового обслуговування.

Моделі кінцевих ланцюгів Маркова дають змогу відобразити роботу програм, що виконуються, а також конкретні способи організації обчислювального процесу й передавання даних [12]. Вони є основою для пошуку оптимальних алгоритмів розподілу ресурсів.

Серед наближених методів, що розширюють можливості дослідження аналітичних моделей ОС, найбільш поширеними є методи дифузійної апроксимації [14]. Для практичного використання моделей обчислювальних систем часто проводять експериментальне дослідження для отримання даних про реальне функціонування системи, що збирають за допомогою спеціальних засобів – вимірювальних моніторів [15].

Формалізація процесів обслуговування природних, економічних та організаційних систем є ще одним перспективним напрямом. Однією з основних проблем, що виникають під час моделювання таких систем, є важко прогнозовані чинники; особливо це стосується функціонування систем у надзвичайних ситуаціях.

Аналіз цих систем зумовив розроблення різноманітних математичних моделей і методів їх дослідження. У роботі [16] запропоновано методологію моделювання природних та економічних систем, а в дослідженні [17] відзначено необхідність створення імітаційних систем для оптимізації й управління екологічною ситуацією. Робота [18] присвячена особливостям функціонування систем управління в умовах надзвичайних ситуацій порівняно з традиційними системами, а також пов'язаній із ними специфіці організаційної структури із запобігання надзвичайним ситуаціям та реагування на них.

Слід зазначити, що для аналізу, оптимізації та управління системами обслуговування використовуються методи різних розділів дослідження операцій. Обираючи модель та метод, насамперед враховуються параметри, критерії ефективності та умови функціонування системи. Наприклад, якщо потоки подій є стохастичними – використовуються моделі теорії випадкових процесів (зокрема, теорія марковських процесів, теорія масового обслуговування), в іншому випадку – моделі математичного програмування (лінійне та нелінійне програмування, теорія розкладів, теорія систем обслуговування задач тощо).

1.2 Класифікація систем обслуговування

Комплексний аналіз наведених вище систем обслуговування дає змогу класифікувати їх за видом процесу обслуговування, а також за характером і способом опису функціонування.

За видом процесу обслуговування пропонується виокремлювати системи масового обслуговування (СМО), системи разового обслуговування (СРО), а також системи активного обслуговування (САО) [19, 20].

Система масового обслуговування – це система, що охоплює такі основні компоненти:

1) вхідний потік заявок або вимог на обслуговування;

2) сукупність пристроїв обслуговування (приладів, каналів);

3) принцип обслуговування заявок (вимог) у системі.

Будь-яка СМО описує процес перетворення випадкового потоку заявок, який відбувається внаслідок оброблення їх на пристроях. Класифікації СМО розроблено кількома авторами [21, 22]. Найпоширенішою з них є класифікація на основі позначень, вперше запропонованих Д. Кендаллом [21]. Вона дає змогу в зручному та стислому вигляді продемонструвати основні характеристики компонентів СМО, що визначають процес обслуговування.

Також часто використовують загальну класифікацію, що враховує лише основні параметри СМО [22]. Залежно від ємності джерела заявок виокремлюють дві групи систем: відкриті та замкнені. Відкриті за наявністю черги поділяють на СМО з відмовами та СМО з очікуванням (або з чергою). Останні поділяються на системи з необмеженим та обмеженим очікуванням. Така класифікація є зручною на етапі попереднього аналізу цієї системи.

До систем разового обслуговування належать системи виявлення факту настання певної випадкової події. Прикладами є системи охоронної сигналізації [23], системи виявлення об’єктів на окресленій території [24], системи протипожежної безпеки тощо.

Будь-яке порушення безпеки об’єкта, що охороняється, або виникнення пожежі трактуватиметься як аварія в системі, яка обслуговується, а відповідне спрацьовування (істинне чи хибне) – як надходження вимоги на її обслуговування.

До появи вимоги СРО перебуває в режимі очікування (пасивному), здійснюючи періодичний або сталий контроль об’єктів, що обслуговуються, за допомогою пристроїв (відеокамер спостереження, датчиків температури, руху).

Із появою вимоги (виникнення аварії) система переходить в активний режим: видає відповідне сповіщення (наприклад, сигнал тривоги чи повідомлення про несправність) і виконує задані дії (передає сигнал виклику службі технічного обслуговування або спеціальній службі реагування).

Слід зазначити, що поява вимог має випадковий, проте не масовий характер. Це пов'язано з тим, що системи призначені для разового використання, або під час їх експлуатації обслуговується обмежена (невелика) кількість вимог. Така особливість не дає змоги безпосередньо застосовувати апарат теорії масового обслуговування для опису функціонування СРО та вимагає проведення спеціальних досліджень таких систем.

Сучасні розробки різноманітних СРО спрямовані на пошук оптимальних способів організації їхнього функціонування.

У системах активного обслуговування пристрої зайняті виявленням, ідентифікацією (упізнаванням) та обслуговуванням вимог. Активне обслуговування виявляється:

– у взаємодії пристроїв обслуговування з вимогами, що виникають у зоні дії системи;

– у постійному чи періодичному контролі вимог, що перебувають у системі.

Прикладами САО є системи пошуку [25, 26] та розпізнавання об'єктів [27]. Активне обслуговування об'єктів наземної (надводної) поверхні за допомогою різних видів літальних апаратів (ЛА), зокрема літаків, вертольотів, безпілотних ЛА, широко використовується під час проведення рятувальних операцій, аварійно-відновлювальних робіт на трубопроводах, авіаційної розвідки під час підготовки різних бойових операцій тощо [28, 29, 30].

Розглянута система може функціонувати в груповому й одиночному (спрямованому) режимах.

У груповому режимі САО контролює появу та ідентифікує об'єкти, що з'явились на контрольованій території. Вимогою в цьому випадку є об'єкт, а обслуговуванням – його ідентифікація (впізнавання) та спостереження під час перебування на території. Система надсилає запити на ідентифікацію, на які реагують всі об'єкти, що з'являються. Після аналізу сигналу кожен із об'єктів передає системі відповідний сигнал. У результаті його оброблення система визначає подальші дії щодо обслуговування цього об'єкта. Одиночний режим відрізняється

від групового лише тим, що сигнал запиту надсилається безпосередньо обраному об'єкту і всі дії виконуються виключно з ним.

За характером функціонування системи обслуговування поділяються на стаціонарні та нестаціонарні.

Нестаціонарна система обслуговування (НСО) – це система, що відповідає хоча б одній із таких умов [3]:

– система не має сталого режиму роботи;

– система функціонує лише протягом короткого проміжку часу, залишаючись у перехідному режимі, навіть якщо сталий режим можливий;

– система характеризується зміною процесу надходження вимог і процесу їх обслуговування залежно від часу та стану системи.

Якщо ж система не задовольняє жодної з перелічених умов, вона є стаціонарною системою обслуговування (ССО).

Прикладами НСО є система протитанкової оборони, охоронної сигналізації тощо. Прикладами ССО – системи технічного обслуговування об'єктів, що функціонують постійно.

За описом функціонування математичні моделі систем обслуговування поділяють на аналітичні та імітаційні.

У цій роботі для кожної із систем масового, разового та активного обслуговування пропонується відповідна аналітична модель функціонування системи й оптимізації її параметрів. Однак варто зазначити, що в аналітичних моделях обслуговування часто неможливо врахувати всі чинники, що впливають на систему.

Тому в таких випадках використовують імітаційну модель, адекватність якої перевіряють за допомогою спрощених аналітичних моделей. У роботі в такий спосіб розглянуто систему ідентифікації об'єктів, що входить до складу САО.

Важливість виокремлення моделей систем у загальній класифікації зумовлена різними підходами до формулювання й застосування аналітичних та імітаційних математичних моделей.

Класифікацію систем обслуговування подано на рис. 1.2.

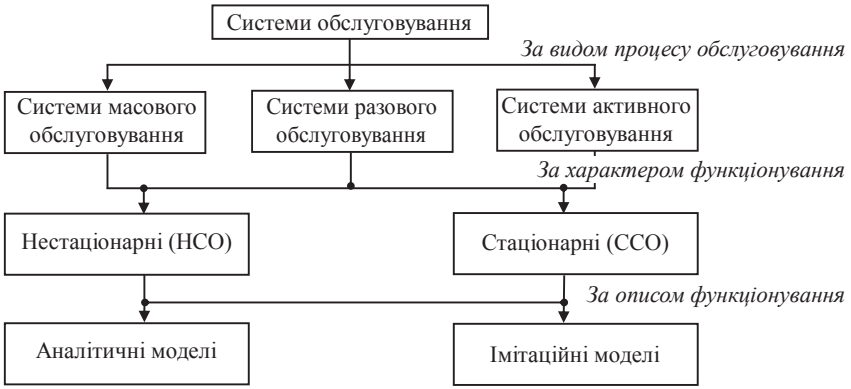

Рисунок 1.2 – Класифікація систем обслуговування

Запропонована класифікація може бути використана в поєднанні з наявними класифікаціями систем для адекватного опису, аналізу та оптимізації реальних процесів обслуговування.

1.3 Модель узагальненої системи обслуговування

На основі аналізу описаних вище систем запровадимо модель узагальненої системи обслуговування. Обслуговування – це процес, що передбачає кілька етапів, зазначених на рис. 1.3.



Рисунок 1.3 – Етапи узагальненого процесу обслуговування

Узагальнена система обслуговування (УСО) – це система, в якій відбувається процес обслуговування.

Перший етап передбачає врахування всіх вимог, що надходять до УСО. Наступний етап – визначення кількісних характеристик, необхідних для обслуговування кожної вимоги. На третьому етапі визначається стратегія обслуговування: порядок і час обслуговування вимог, кількість пристроїв обслуговування тощо. Четвертий етап передбачає безпосереднє обслуговування вимог зі зміною стану системи під їх впливом. На наступному, п'ятому, етапі здійснюється облік вимог і параметрів їх обслуговування. Шостий етап передбачає облік вимог, обслуговування яких завершено. Останній етап пов'язаний зі збором статистики для аналізу й оптимізації системи обслуговування.

Процес обслуговування передбачає циклічне виконання перерахованих етапів. Деякі з них можуть виконуватися паралельно та взаємодіяти між собою. Вимоги надходять зі складної системи, що обслуговується (ССО). Тоді запропоновані етапи процесу обслуговування мають бути реалізовані в середовищі узагальненої системи обслуговування, що охоплює такі складники [31]:

1) підсистема прийому вимог (ППВ) на обслуговування;

2) підсистема аналізу вимог (ПАВ) з урахуванням інформації про систему ССО в цілому;

3) підсистема управління обслуговуванням (ПУО), що виконує такі функції: вибір стратегії обслуговування, складання планів обслуговування, облік характеристик вимог, що обслуговуються, збір і опрацювання статистичних даних;

4) підсистема обслуговування вимог (ПОВ).

Взаємодію підсистем узагальненої системи обслуговування подано на рис. 1.4.

Підсистема прийому вимог здійснює облік і зберігання вимог, що надходять на обслуговування, та передає їхні характеристики в підсистему аналізу вимог. Підсистема управління обслуговуванням отримує інформацію про вимоги (від підсистеми ПАВ) і систему, що обслуговується, обирає відповідну стратегію обслуговування вимог, а також керує передаванням вимог на обслуговування

та зберігання. Крім того, вона здійснює збирання та опрацювання статистичних даних про обслужені вимоги та вимоги, що надійшли. Підсистема обслуговування вимог відповідно до обраної стратегії виконує обслуговування заданих вимог.

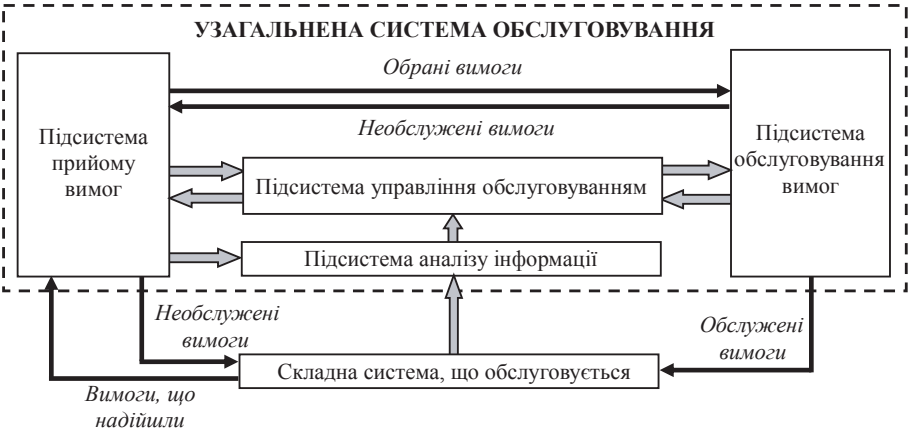

Рисунок 1.4 – Структура узагальненої системи обслуговування

Розглянемо конкретні приклади, що ілюструють процеси обслуговування та структуру системи.

У моделі технічного обслуговування складної системи вимогою є відмова (вихід з ладу) елемента чи підсистеми, а також заявка на виконання профілактичних робіт. Обслуговування – це пошук та усунення несправностей (ремонт та/або заміна) елементів і профілактика системи. Для цієї моделі підсистеми ППВ, ПАВ і ПУО зазвичай реалізуються у вигляді єдиної вбудованої (або конструктивно об'єднаної з системою, що обслуговується) автоматизованої системи контролю. Наслідком є прискорення процесу отримання та опрацювання інформації, що надходить від контрольованих об'єктів системи. Підсистему ПОВ утворює персонал обслуговування й засоби технічного обслуговування та ремонту. Задачі аналізу й оптимізації таких систем розглянуто в роботах [8, 32].

У системі протитанкової оборони (ПТО) вимогами є танки супротивника, що з'являються в зоні дії ПТО, а обслуговуванням – знищення цих танків [33]. Особливістю цієї моделі є вихід із ладу засобів

ПТО внаслідок вогню супротивника у відповідь. Отже, модель ПТО є прикладом системи обслуговування зі змінною структурою. Ще однією особливістю моделі є функціонування ПТО протягом обмеженого проміжку часу. Отже, модель ПТО є нестаціонарною системою обслуговування. У такому разі підсистеми ППВ і ПАВ реалізуються як сукупність розвідувальних систем. Підсистема ПУО складається з двох частин: одна керує всією системою оборони, інша – цим конкретним засобом ПТО. Функції обслуговування в ПОВ виконує протитанковий засіб і відповідний йому підрозділ. Задачу багатокритеріальної оптимізації параметрів ПТО розглянуто в підрозділі 4.1.

У системі моніторингу навколишнього середовища вимогою є вихід хоча б одного з контрольованих параметрів за встановлені межі, а обслуговуванням – дії, що повертають ці параметри в межі норми [34, 35]. Підсистеми ППВ і ПАВ реалізуються як стаціонарні або мобільні засоби контролю стану навколишнього середовища. Функції підсистем ПУО та ПОВ виконує центр управління моніторингом.

У системі разового обслуговування вимогою є виникнення несправності або спрацьовування (помилкове чи дійсне) датчиків контролю, а обслуговуванням – усунення несправності або відновлення після спрацьовування з можливим ремонтом системи. Функції підсистеми ППВ виконує система датчиків контролю, а функції ПАВ – система збору й передавання сигналів, що надходять із цих датчиків. ПУО реалізується як система реєстрації та сповіщення про несправність або спрацьовування. Підсистема ПОВ – як система усунення несправностей і спрацьовувань. Математичну модель оптимізації параметрів такої системи подано в підрозділі 2.3.

У системі активного обслуговування об’єкти, що з’являються в зоні її дії, є вимогами, а процеси їх виявлення, ідентифікації та взаємодії становлять процес активного обслуговування. Підсистема ППВ реалізується як система пошуку й виявлення об’єктів. Система ідентифікації об’єктів виконує функції ПАВ і ПУО. Підсистема ПОВ може бути реалізована як у складі САО, так і поза нею (у цьому разі обслуговування обмежується відправленням команди відповідному підрозділу). Комплексна математична модель оптимізації параметрів САО наведена в підрозділі 2.4, а окремий приклад оптимізації – в підрозділі 4.3.

Для опису функціонування будь-якої системи використовуються функціональні моделі, які схематично подають систему у вигляді оператора, що перетворює задані впливи у вихідні характеристики [36].

Узагальнена система обслуговування описується таким формальним об'єктом:

$$V = \langle X, Y, Z, F \rangle$$

де X – вектор вхідних впливів; Y – вектор вихідних характеристик; Z – вектор внутрішніх параметрів і характеристик УСО, тобто вектор станів системи; F – оператор перетворення вхідних впливів у вихідні характеристики: $Y = F(X, Z)$

Вектор X містить такі компоненти:

Q – вектор характеристик вимог, що надходять у систему;

U – вектор керувальних впливів;

$V = (V_{\text{О}}, V_{\text{С}}, V_{\text{В}})$ – вектор регулярних (невипадкових) впливів, де V_O – вектор впливів системи, що обслуговується, V_C – вектор впливів системи обслуговування, V_B – вектор впливів зовнішнього середовища;

$W = (W_{\text{О}}, W_{\text{С}}, W_{\text{В}})$ – вектор нерегулярних (випадкових) впливів, що складається з таких компонентів: $W_{\text{О}}$ – вектор впливів системи, що обслуговується, $W_{\text{С}}$ – вектор впливів системи обслуговування, $W_{\text{В}}$ – вектор впливів зовнішнього середовища.

Вектор Y містить такі компоненти:

$Y_{\text{О}}$ – вектор характеристик системи, що обслуговується;

$Y_{\text{С}}$ – вектор характеристик системи обслуговування;

$Y_{\text{Т}} = (Y_{\text{ОТ}}, Y_{\text{НТ}})$ – вектор характеристик вимог, що складається з векторів характеристик обслужених вимог $Y_{\text{ОТ}}$ і необслужених вимог $Y_{\text{НТ}} = (Y_{\text{ЧТ}}, Y_{\text{ПТ}})$, що містить вектори характеристик вимог із неповним обслуговуванням $Y_{\text{ЧТ}}$ або втрачених вимог $Y_{\text{ПТ}}$.

У складі оператора F можна виокремити такі підоператори:

$Z = F_{\text{XZ}}(X, Z)$ – перехідний підоператор, що визначає зміну стану системи під впливом вхідних впливів;

$Y = F_{\text{ZY}}(Z)$ – підоператор виходу, що визначає залежність вихідних характеристик залежно від стану системи.

У цій моделі вектори X, Y і Z є функціями часу t і просторових координат $P = (x, y, z)$. Для вимог просторові координати характеризують місце їх появи та входять до вектора характеристик Q, тоді як для системи обслуговування координати є її параметрами і входять до вектора стану Z.

Розглянемо основні особливості подання елементів пропонованої функціональної моделі в математичних моделях різних систем обслуговування.

У системі технічного обслуговування характеристиками вимог Q є контрольовані параметри елементів системи, що обслуговується, а також розташування елементів, які відмовили. Керувальні впливи пов'язані з можливістю зовнішнього управління U системою. Регулярні впливи пов'язані з отриманням інформації про систему, що обслуговується V_{O}, як-от кількість і тип елементів, а також із постійним впливом зовнішнього середовища V_{B}, (електромагнітне поле Землі тощо). Випадкові впливи пов'язані із взаємним впливом контрольованих елементів та вимірювальних засобів (W_{O} і W_{C}), а також зовнішнього середовища (W_{B}). За вихідними характеристиками Y визначається стан системи технічного обслуговування (Z), стан системи, що обслуговується (Y_{O}), і якість їхнього функціонування.

Система масового обслуговування конкретизується в такий спосіб: Q – вхідний потік заявок (вимог), Y_{T} – вихідний потік вимог. Керувальний вплив U пов'язаний зі зміною параметрів СМО, а також з вибором типу такої системи залежно від характеру функціонування об'єкта.

Для системи СРО в компонент Q входять потік несправностей і потік спрацювань, на які впливають випадкові чинники W_{O} і W_{C}, що призводять до помилкових спрацювань. Інтенсивності потоків усунення несправностей і спрацювань утворюють керувальний вплив U.

Для системи САО в компонент Q входить потік об'єктів, що з'являються на території U, а керувальний вплив утворюється параметрами обслуговування цих об'єктів.

Отже, запропоновану в роботі модель узагальненої системи обслуговування може бути застосовано до різних процесів.

Також розглядаються питання застосування нестаціонарних моделей обслуговування під час оптимізації та адаптивного управління реальними системами.

1.4 Цілі й задачі оптимізації та адаптивного управління системами обслуговування

Метою оптимізації параметрів системи обслуговування у визначений момент часу є такий вибір їхніх значень, що забезпечує ефективність її функціонування за критеріями завантаження пристроїв (приладів, каналів) обслуговування, а також часу очікування та/або перебування заявок (вимог) у системі. Водночас цей вибір спричинить мінімізацію вартості обслуговування та витрат на забезпечення нормального функціонування системи протягом визначеного інтервалу часу.

Ціль адаптивного управління системою обслуговування протягом визначеного інтервалу її функціонування полягає в коригуванні її параметрів у визначені моменти часу з урахуванням поточної ситуації, оцінювання та прогнозування стану системи в майбутньому.

Етапи розв'язання задачі оптимізації параметрів системи обслуговування:

1) вибір параметрів, що оптимізуються;

2) формування критеріїв оптимальності системи;

3) виявлення обмежень з урахуванням умов функціонування системи;

4) розроблення математичного методу оптимізації параметрів системи за обраними критеріями з урахуванням обмежень;

5) облік умов експлуатації системи.

Етапи 1–3 є взаємозалежними та реалізуються особою, що приймає рішення (ОПР), або за її безпосередньої участі [37]. Наступний етап здійснюється з урахуванням особливостей попередніх етапів. У разі отримання низки рішень ОПР обирає оптимальне, враховуючи вимоги до системи, які не формалізуються або важко піддаються формалізації. Завершальний етап дає змогу адаптувати

обране рішення до реальних умов експлуатації системи обслуговування.

Зміст кожного етапу можна сформулювати як окрему задачу, зважаючи на їхній взаємозв'язок. Далі розглянемо основні особливості етапів.

Параметри, що оптимізуються, можуть набувати дійсних, цілочисельних та/або дискретних значень. Критерії ефективності зазвичай є характеристиками системи обслуговування, які визначають її продуктивність або витрати на роботу. Умови функціонування системи обслуговування задаються як обмеження типу рівностей і нерівностей.

Кількість параметрів системи обслуговування, що оптимізуються, і критеріїв ефективності зазвичай намагаються обмежити, інакше ускладнюється розроблення адекватного методу оптимізації та зростають трудомісткість і витрати часу на розв'язання задачі оптимізації. З огляду на цю проблему, систему подають як сукупність взаємозалежних підсистем, для кожної з яких визначають параметри, що оптимізуються, формують критерії ефективності та оптимізують. Сукупність обмежень також впливає на створення методу оптимізації.

Розроблення математичного методу оптимізації обраних параметрів за визначеними критеріями ефективності з урахуванням виявлених обмежень здійснюється одним із способів:

1) створення нового методу оптимізації;

2) модифікація наявного методу;

3) використання методу з іншої галузі науки;

4) поєднання зазначених варіантів.

Урахування умов експлуатації системи обслуговування необхідне як для реалізації обраного рішення, так і для повторного розв'язання задачі оптимізації – якщо не виявлено істотних чинників функціонування системи (коли рішення виявилося неприйнятним) або змінилися умови (рішення втратило актуальність). Цей етап є обов'язковим за адаптивного управління системою обслуговування.

Відповідно до роботи [38], розглянемо такі етапи розв'язання задачі адаптивного управління системою:

1) оцінювання стану системи на основі вимірювання її параметрів і характеристик;

2) вибір управління за поточного стану системи з використанням її математичної моделі;

3) реалізація обраного способу управління системою.

У зв'язку з тим, що параметри системи обслуговування змінюються, ці етапи мають реалізовуватися в умовах функціонування системи та в темпі її роботи. Це спричиняє потребу вибору відповідного підходу до управління розглянутими системами.

Виокремлення етапів пов'язане з розробленням методики та інформаційної технології адаптивного управління системою обслуговування, поданих у підрозділі 3.5.

ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 1

1. Запропоновано класифікацію систем обслуговування, у якій, окрім масового обслуговування, розглядаються разове та активне. Вона може бути використана разом із наявними класифікаціями систем для адекватного опису реальних процесів обслуговування.

2. Розглянуто нестаціонарну систему обслуговування, яка не має сталого режиму роботи, функціонує протягом обмеженого інтервалу часу або характеризується зміною параметрів у динаміці.

3. У результаті аналізу процесів обслуговування в різних наявних системах побудовано функціональну модель узагальненої системи обслуговування. На основі виокремлених загальних етапів процесу обслуговування визначено структуру узагальненої системи обслуговування.

4. Сформульовано цілі й задачі оптимізації та адаптивного управління системами обслуговування. Обґрунтовано необхідність адаптивного управління як зміни параметрів системи залежно від її поточного та прогнозованого станів.

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ ДО РОЗДІЛУ 1

1. Кузьменко О. В., Горбачук В. М. Моделі технічного обслуговування складних технічних систем : навч. посіб. Харків : НТУ «ХПІ», 2023. 210 с.

2. Ложковский А. Г. Теория массового обслуживания в телекоммуникациях : учебник. Одесса : ОНАС им. А.С. Попова, 2012. 112 с.

3. Кузнецов О. М., Слюсаренко В. І. Моделі та методи теорії масового обслуговування для систем з нестаціонарними потоками заявок. Київ : КНУ ім. Т. Г. Шевченка, 2022. 312 с.

4. Гмурман В. Є. Теорія ймовірностей та математична статистика. Київ : Вища школа, 2017. 400 с.

5. Глушков В. М. Введение в теорию массового обслуживания. Київ : Наукова думка, 1972. 280 с.

6. Коваленко І. Н., Коваленко І. М. Теорія масового обслуговування : підручник. Київ : КНЕУ, 2004. 312 с.

7. Дубіненко С. Б., Мітюшкін Ю. І. Дослідження операцій. Ч. 1. Системи масового обслуговування : навч. посіб. Вінниця : ВНТУ, 2008. 55 с.

8. Полумарковские модели восстанавливаемых систем и систем массового обслуживания / А. Н. Корлат, В. Н. Кузнецов, М. М. Новиков, А. Ф. Турбин; отв. ред. Г. К. Мишкой; АН Республики Молдова, Институт математики с ВЦ. Кишинев : Штиница, 1991. 191 с.

9. Фомін О. В., Положаєнко С. В., Савєльєв А. В., Татарин О. В. Автоматизовані системи контролю та діагностики : монографія. Одеса : Одеська політехніка, 2021. 280 с.

10. Кравець В. М., Кравець О. В. Теорія оптимального керування : підручник. Львів : Видавництво Львівської політехніки, 2012. 280 с.

11. Зайцев Г. Ф. Теория автоматического управления и регулирования : учеб. пособие / 2-е изд., перераб. и доп. Київ : Вища школа, 1989. 431 с.

12. Сікора Я. Б., Щехорський А. Й., Якимчук Б. Л. Методи оптимізації та дослідження операцій : навч. посіб. Житомир : Вид-во ЖДУ ім. Івана Франка, 2019. 148 с.

13. Бідюк П. І., Шевченко В. Л. Оптимальне керування та системний аналіз : навч. посіб. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2016. 198 с.

14. Арсенюк І. Р., Яровий А. А. Комп'ютерні мережі : навч. посіб. Ч. 1. Вінниця : ВНТУ, 2008. 117 с.

15. Бідюк П. І., Гуйда О. Г. Використання вимірювальних моніторів для аналізу продуктивності обчислювальних систем. *Кібернетика та системний аналіз.* 2018. № 3. С. 2–20.

16. Кравець В. М. Моделювання та оптимізація процесів у природних і економічних системах : монографія. Львів : Видавництво Львівської політехніки, 2017. 298 с.

17. Буряк П. Ю., Мельник О. Г. Імітаційне моделювання екологічних процесів у системах управління природокористуванням. *Вісник Львівської політехніки.* 2018. № 2. С. 45–52.

18. Миколаєць Д. А., Клен К. С. Основи теорії авторегулювання та управління в надзвичайних ситуаціях : навч. посіб. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. 216 с.

19. Литвинов А. Л. Класифікація систем масового обслуговування за структурними ознаками. *Вісник ХНУМГ.* 2017. № 2. С. 33–40.

20. Коваленко І. М. Методи класифікації та оптимізації систем масового обслуговування в інформаційних технологіях. *Наукові вісті НТУУ «КПІ».* 2015. № 4. С. 21–28.

21. Коваленко І. М. Використання класифікації Кендалла для моделювання інформаційних систем. *Наукові вісті НТУУ «КПІ».* 2015. № 4. С. 21–28.

22. Жерновий Ю. В. Марківські моделі масового обслуговування : навч. посіб. Львів : Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2004. 154 с.

23. Кушнір А. П., Чалий Д. О. Системи пожежної та охоронної сигналізації : навч. посіб. Львів : СПОЛОМ, 2022. 298 с.

24. Швед Д., Лозинська О., Литвин В. Інформаційна система виявлення геолокації та відстеження військових об'єктів. *Інформаційні системи та мережі.* 2026. № 19. С. 64–75.

25. Кравець В. М. Системи пошуку та класифікації об'єктів у природних процесах : монографія. Львів : Видавництво Львівської політехніки, 2017. 298 с.

26. Ладієва Л. Р. Методи оптимізації та основи пошуку оптимальних рішень : навч. посіб. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2023. 73 с.

27. Бідюк П. І., Гуйда О. Г. Методи розпізнавання та ідентифікації образів. Київ : Наукова думка, 2010. 280 с.

28. Кравець В. М. Використання авіаційних систем у відновлювальних роботах на трубопроводах : монографія. Львів : Видавництво Львівської політехніки, 2017. 298 с.

29. Найда С. А., Жураковська О. С. Автоматизовані системи керування та застосування авіаційних засобів у надзвичайних ситуаціях : навч. посіб. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. 198 с.

30. Миколаєць Д. А., Клен К. С. Основи теорії авторегулювання та використання авіаційних систем у кризових умовах : навч. посіб. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. 216 с.

31. Морозов О. О., Морозова Л. В. Інформаційна підтримка процесів управління технічним обслуговуванням та ремонтом озброєння і військової техніки у військових формуваннях Національної гвардії України : монографія. Харків : НАНГУ, 2017. 239 с.

32. Морозов О. О., Морозова Л. В. Науково-методичні основи створення систем технічного обслуговування та ремонту озброєння і військової техніки угруповань Національної гвардії України : монографія. Харків : НА НГУ, 2015. 174 с.

33. Ковальчук В. П., Сидоренко О. В. Аналітичні моделі управління бойовими діями механізованих підрозділів : навч. посіб. Київ : *Військова освіта,* 2020. 180 с.

34. Кравченко Р. С. Математичні моделі моніторингу стану атмосферного повітря : монографія. Харків : ХНУ ім. В. Н. Каразіна, 2021. 250 с.

35. Барановський В. А., Ковальчук О. В. Методи та засоби моніторингу довкілля : навч. посіб. Львів : ЛНУ ім. І. Франка, 2022. 210 с.

36. Аблесімов О. К. Теорія автоматичного керування : навч. посіб. Київ : Освіта України, 2019. 270 с.

37. Файнзільберг Л. С., Жуковська О. А., Якимчук В. С. Теорія прийняття рішень : підручник. Київ : «Освіта України», 2018. 246 с.

38. Соколов С. В. Оптимальні та адаптивні системи : навч. посіб. Суми : СумДУ, 2018. 221 с.

РОЗДІЛ 2. МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ОПТИМІЗАЦІЇ СИСТЕМ ОБСЛУГОВУВАННЯ

У розділі розглянуто загальні математичні моделі систем обслуговування, запропоновано загальну математичну модель для аналізу функціонування нестаціонарної системи обслуговування та оптимізації її параметрів і характеристик.

Сформульовано математичні моделі систем масового, разового та активного обслуговування.

2.1 Загальна модель оптимізації нестаціонарних систем обслуговування

Для опису функціонування нестаціонарної системи обслуговування (НСО) використовуватимемо її основні характеристики: ємність джерела заявок (вимог) $N_0(t)$, довжину черги заявок $Q_0(t)$ та кількість пристроїв обслуговування $M_0(t)$ [1].

Потоки подій, що відбуваються в системі, описуватимемо за допомогою таких інтенсивностей: $\lambda(t)$ – інтенсивність вхідного потоку заявок, $\mu(t)$ – інтенсивність обслуговування, $v(t)$ – інтенсивність виходу з ладу пристроїв, $k(t)$ – інтенсивність відновлення працездатності пристроїв НСО. Вважатимемо, що всі потоки подій є нестаціонарними пуассонівськими потоками.

У кожен момент часу нестаціонарна система обслуговування може перебувати в одному зі станів, зумовлених такими характеристиками: кількість діючих пристроїв обслуговування $M(t)$, кількість зайнятих пристроїв $Z(t)$ та кількість заявок у черзі $Q(t)$. Позначимо через $S(i, j, k)$ стан, коли у системі функціонують i пристроїв, з них зайнято обслуговуванням j пристроїв та k заявок перебуває у черзі.

Для зручності викладу пронумеруємо всі стани системи та визначимо таким чином множину індексів станів НСО:

$$A = \{a \in N \mid S_a = S(i_a, j_a, k_a)\}$$

і множину пар індексів станів:

$$G = \{(a, b) \in N \mid g_{\text{ab}} = (S_a, S_b)\},$$

щоб описати переходи між станами, де $N = \{0, 1, 2, ...\}$ – множина цілих невід'ємних чисел.

Крім того, введемо такі позначення: $p_a = p(t, i_a, j_a, k_a)$ – ймовірність того, що в момент часу t система перебуває в стані $S_a, a \in A; d_{\text{ab}}(t)$ – щільність переходу системи в момент часу t зі стану S_a в стан S_b. Імовірність $p_{\text{ab}}(t, h)$ переходу системи, що перебуває в момент часу t у стані S_a, у стан S_b за проміжок часу тривалістю h визначається за формулою:

$$p_{\text{aa}}(t, h) = 1 + d_{\text{aa}}(t) \cdot h + o(h), \quad a \in A,$$

$$p_{\text{ab}}(t, h) = d_{\text{ab}}(t) \cdot h + o(h), (a, b) \in G, \quad a \neq b.$$

Для щільностей переходу виконується умова [2]:

$$\sum_{b \in A} d_{ab}(t) = 0, \quad a \in A.$$

Тоді випадковий процес, що відбувається в розглянутій системі, є неоднорідним марковським ланцюгом, тобто марковським процесом із дискретними станами, неперервним часом і щільностями переходу, які є функціями часу [3].

З огляду на це, систему диференціальних рівнянь Колмогорова для станів НСО на розглянутому інтервалі часу функціонування $0, T$ наведено так [4]:

$$\frac{dp_{a(t)}}{dt} = -p_{a(t)} \sum_{\substack{(a,b) \in G \\ b \neq a}} d_{ab}(t) + \\ + \sum_{\substack{(c,a) \in G \\ c \neq a}} d_{ca}(t) p_{c(t)}, \quad \forall a \in A, \quad 0 \leq t \leq T. \tag{2.1}$$

Інтегрування системи (2.1) разом з умовою нормування

$$p_a(t) = 1, 0, \quad 0 \leq t \leq T \tag{2.2}$$

і початковими умовами

$$p_a(0) = p_{a0} \geq 0, \quad a \in A \tag{2.3}$$

дає змогу визначити ймовірності станів $p_a(t)$ як функції часу.

На відміну від наявних моделей [4] систем обслуговування, у цій математичній моделі враховано такі особливості:

1) основні характеристики та інтенсивності потоків НСО загалом є векторними величинами, що дає змогу описувати обслуговування заявок різних видів неоднорідними пристроями з наявністю в системі декількох черг;

2) стан системи визначається одночасно значеннями трьох характеристик, які також є векторами; тому для отримання формального опису функціонування нестаціонарної системи обслуговування як системи диференціальних рівнянь виконується нумерація всіх станів системи;

3) переходи системи між станами визначаються дисципліною обслуговування заявок, а відповідні щільності є функціями характеристик, що задають вихідні стани для переходу, та інтенсивностей потоків, що відбуваються в системі; на напрямки переходів чи види функцій щільності не накладається жодних обмежень.

На основі моделі (2.1)–(2.3) можуть бути обчислені такі додаткові характеристики системи:

– середня кількість діючих пристроїв у момент часу t_k:

$$\bar{m}(t_k) = \sum_{a \in A} i_a p_a(t_k), \tag{2.4}$$

– середня кількість зайнятих пристроїв у момент часу t_k:

$$\bar{z}(t_k) = \sum_{a \in A} j_a p_a(t_k), \tag{2.5}$$

– середня кількість заявок у черзі в момент часу t_k:

$$\bar{q}(t_k) = \sum_{a \in A} k_a p_a(t_k), \tag{2.6}$$

– середня кількість заявок, що обслуговуються, у момент часу t_k:

$$\bar{k}(t_k) = \bar{z}(t_k), \tag{2.7}$$

– середня кількість заявок у системі в момент часу t_k:

$$\bar{\omega}(t_k) = \bar{k}(t_k) + \bar{q}(t_k), \tag{2.8}$$

– інтенсивність потоку обслужених заявок у момент часу t_k (абсолютна пропускна здатність системи):

$$\bar{h}(t_k) = \bar{z}(t_k) \cdot \bar{m}(t_k), \tag{2.9}$$

– середня кількість заявок, що вийшли із системи до моменту часу t_k:

$$\bar{r_0}(t_k) = \bar{n}(t_k) - \bar{w}(t_k), \tag{2.10}$$

– середня кількість заявок, що надійшла в систему до моменту часу t_k:

$$\bar{n}(t_k) = \int_0^{t_k} \lambda(t)\,\mathrm{d}t, \tag{2.11}$$

– середня кількість заявок, обслужених до моменту часу t_k:

$$\bar{r}(t_k) = \int_0^{t_k} h(t)\,\mathrm{d}t. \tag{2.12}$$

Назви характеристикам надано з огляду за загальноприйнятий у теорії масового обслуговування зміст виразів (2.4)–(2.12).

У роботі [1] всі характеристики системи поділяють на два класи, які відповідно до задач оптимального управління [5] визначимо як термінальні та інтегральні. Термінальну обчислюють у певний фіксований момент часу t_k функціонування системи, а інтегральну – на визначеному інтервалі часу $[0, t_k]$. До першого класу належать характеристики (2.4)–(2.9), другий охоплює характеристики (2.10)–(2.12).

Задачами ОПР під час оптимізації нестаціонарних систем обслуговування є:

1) визначення вектора $\omega = (\omega_1, \omega_2, ..., \omega_n)$ параметрів системи, що оптимізують;

2) визначення множини $\Omega_{\text{доп}}$ допустимих значень вектора ω;

3) формулювання додаткових обмежень у вигляді нерівностей;

4) вибір або визначення компонентів векторного критерію оптимальності $K = (K_1, K_2, ..., K_m)$.

Компонентами вектора ω параметрів, що оптимізуються, можуть бути:

– параметри вхідного потоку заявок (інтенсивність вхідного потоку, кількість різних типів заявок, ємність джерела заявок тощо);

– параметри обслуговування заявок (інтенсивність і дисципліна обслуговування, кількість пристроїв, кількість різних типів пристроїв, довжина черги, кількість фаз обслуговування тощо);

– параметри досліджуваної системи, що визначаються як функції параметрів вхідного потоку й обслуговування заявок (вартість обслуговування, ефективність роботи системи тощо).

У разі потреби оптимізації параметра ω_k, який є функцією часу з невідомими коефіцієнтами,

$$\omega_k = f_k\big(t, \omega_{k,1}, \omega_{k,2}, ..., \omega_{k,q}\big),$$

до складу вектора ω замість шуканого параметра ω_k увійдуть коефіцієнти $\omega_{k,1}, \omega_{k,2}, ..., \omega_{k,q}$.

Якщо ж вид функції невідомий, слід апроксимувати її функцією відомого виду на визначеному відрізку часу або використати методику адаптивного управління, розглянуту в підрозділі 4.4, для вибору більш точного наближення шуканої функції на наступних відрізках.

Залежно від моделі (2.1)–(2.3) критерії оптимальності НСО поділяють на внутрішні та зовнішні. Внутрішні обчислюються за моделлю з урахуванням характеристик, наведених вище. Зовнішні враховують додаткові чинники функціонування системи у зовнішньому середовищі та є технічними, економічними або іншими специфічними показниками реальних систем [6].

Наведемо множину внутрішніх критеріїв, з якої ОПР, залежно від поставленої задачі, може обрати необхідні критерії:

– середня відносна кількість пристроїв, що функціонують у розглянутій системі:

$$K_1(T) = \left.\frac{\bar{m}(t)}{M_0(t)}\right|_{t=T}, \qquad (2.13)$$

– середня відносна кількість пристроїв, зайнятих обслуговуванням:

$$K_2(T) = \left.\frac{\bar{z}(t)}{M_0(t)}\right|_{t=T}, \qquad (2.14)$$

яка визначає завантаження пристроїв системи та ймовірність зайнятості пристрою в разі надходження кожної нової заявки;

– середня відносна кількість заявок у черзі:

$$K_3(T) = \frac{\bar{q}(t)}{Q_0(t)}\bigg|_{t=T}, \tag{2.15}$$

– середня відносна кількість обслужених заявок:

$$K_4(T) = \frac{\bar{r}(t)}{n(t)}\bigg|_{t=T}, \tag{2.16}$$

яка характеризує середню відносну пропускну здатність системи та визначає частку обслужених заявок із тієї кількості, що надійшла;

– середній час перебування системи в заданому стані S_a:

$$K_5(T) = \frac{1}{T}\int_0^T p_a(t)dt, \quad a \in A. \tag{2.17}$$

Використання відносних значень у складі запропонованих критеріїв зумовлене їхнім подальшим застосуванням у задачах векторної оптимізації, де всі критерії повинні мати однакову природу або описуватися безрозмірними величинами.

Слід зазначити, що більшість критеріїв оптимальності є монотонними функціями. Тому під час оптимізації використання лише одного критерію спричиняє отримання рішення на межі області допустимих значень параметрів, що оптимізуються.

На рис. 2.1 наведено графіки критеріїв оптимальності системи військового призначення (оборонної системи), що максимізуються. Вони демонструють залежність від кількості M_1 засобів оборони першого типу ($M_1 \in [6, 18]$). Як засвідчують графіки, оптимальне значення для першого критерію дорівнює 18, а для другого – 6.

У такому разі зазвичай використовують метод, що ґрунтується на згортці цих критеріїв в один. На рис. 2.1 наведено графік функції лінійної згортки критеріїв, описаної в розділі 3.

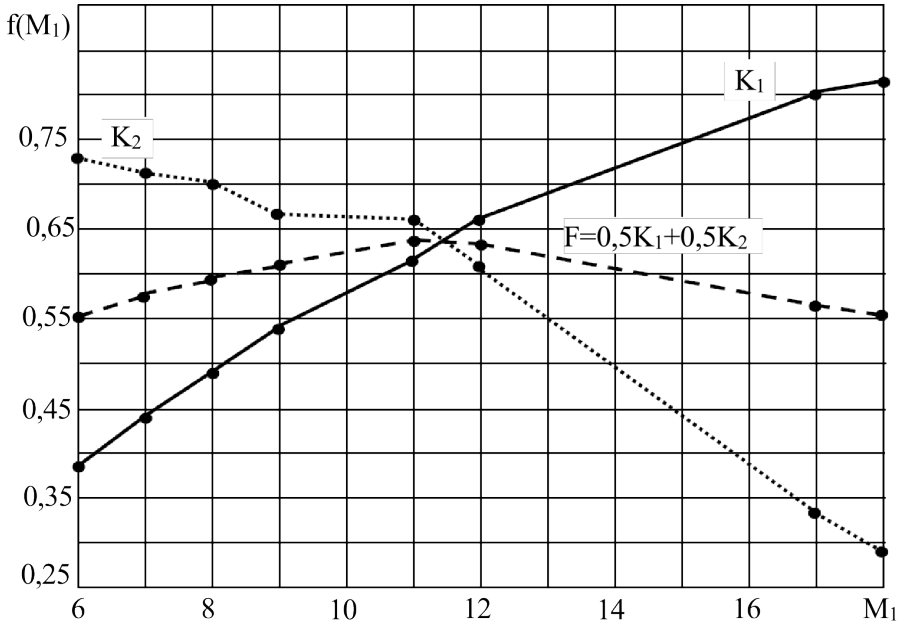

Рисунок 2.1 – Критерії оптимальності системи протитанкової оборони

Для ілюстрації наявності екстремуму функції згортки критерії K_1 і K_2, а також саму функцію згортки f умовно подано у вигляді неперервних кривих.

З іншого боку, ефективність функціонування системи може визначатися сукупністю критеріїв оптимальності, що ускладнює задачу її оптимізації. У такому разі задача ОПР полягає у виборі низки основних критеріїв, які увійдуть до вектора K, та у формуванні обмежень, що враховують інші критерії оптимальності.

Тоді оптимізацію параметрів НСО формулюють як багатокритеріальну задачу оптимального управління [7, 8]:

$$K = K(p(0), p(T), w, T) \to \text{extr}, \tag{2.18}$$

$$y(p(0), p(T), w, T) \leq 0, \tag{2.19}$$

$$\omega = (\omega_1, \omega_2, ..., \omega_n) \in \Omega_{\text{доп}}, \tag{2.20}$$

де $p(t)$ – вектор-функція ймовірностей станів системи, що визначаються моделлю (2.1)–(2.3). При цьому щільності переходів

залежать від вектора параметрів системи, що оптимізуються. Множина $\Omega_{\text{доп}}$ та система обмежень (2.19) визначають область допустимих рішень задачі.

Для розв'язання задачі (2.18)–(2.20), (2.1)–(2.3) використання методів теорії оптимальних процесів є неможливим [5]. Основними особливостями пропонованої моделі НСО є: а) висока розмірність моделі, зумовлена кількістю рівнянь системи (2.1), для більшості практичних задач; б) наявність дискретних компонентів у складі вектора параметрів.

Тому необхідно розробити математичні методи та алгоритми, які не висувають підвищених вимог до розмірності задачі та враховують дискретний характер шуканих параметрів.

Запропоновані методи оптимізації та адаптивного управління нестаціонарними системами обслуговування викладено у розділі 3. Приклад оптимізації НСО наведено у підрозділі 4.1.

2.2 Системи масового обслуговування

У більшості робіт із теорії масового обслуговування наголошено на необхідності спеціального розгляду перехідного режиму роботи системи, однак досліджують їх насамперед у сталому режимі [9]. Винятком є робота [10], у якій для вивчення перехідного режиму використано розкладання у ряд Тейлора ймовірностей станів системи як функцій часу.

Нині найповніше вивчені СМО із вхідним пуассонівським потоком заявок і експонентним розподілом часу їх обслуговування, що ґрунтуються на схемі «загибелі та розмноження» й описуються системою диференціальних рівнянь Колмогорова. Це пов'язано насамперед із наявністю чималої кількості реальних систем, які відповідають наведеній нижче схемі.

Схема «загибелі та розмноження» розглядається за таких припущень:

– система має зліченну множину станів $\{S_k,\, k = 0, 1, 2, ...\}$;

– у системі реалізується випадковий процес $X(t)$, який визначається як номер стану, в якому перебуває система в момент часу t ;

– цей процес є однорідним марковським ланцюгом, тобто однорідним випадковим процесом без післядії з дискретними станами та неперервним часом;

– щільність d_{ij}, $j \neq i$, переходу зі стану S_i в стан S_j визначено в такий спосіб:

$$d_{ij} = \begin{cases} \lambda_i, & j = i+1 \\ \mu_i, & j = i-1 \\ 0, & j \neq i, \end{cases} \quad i = 0, 1, 2, ...$$

– для ймовірностей станів системи $p_{k(t)} = P\{X_t = k\}\}$, $k = 0, 1, 2, ...$, виконується умова нормування:

$$\sum_k p_k(t) = 1 \tag{2.21}$$

і відомі початкові значення:

$$p_k(0) = P\{X(0) = k\} = p_{k0} \geq 0 \tag{2.22}$$

Тоді процес $X(t)$, що перебігає в системі, називається однорідним процесом «загибелі та розмноження», а ймовірності станів системи на визначеному інтервалі часу $[0, T]$ задовольняють таку систему рівнянь:

$$\frac{dp_{k(t)}}{dt} = -(\lambda_k + \mu_k)p_{k(t)} + \lambda_{k-1}p_{k-1}(t) + \mu_{k+1}p_{k+1}(t),$$
$$k = 0, 1, 2, ..., \quad 0 \leq t \leq T, \tag{2.23}$$

де $\lambda_{-1} = 0, \quad \mu_0 = 0, \quad p_{-1}(t) = 0, \quad 0 \leq t \leq T.$

Значення щільностей переходів $\lambda_k, k = 0, 1, 2, ...,$ іμ_k, $k = 0, 1, 2, ...,$ визначаються для конкретної СМО, до якої застосовується розглянута схема.

Стани нестаціонарних СМО (НСМО) зазвичай визначають за кількістю заявок, які перебувають у системі. Загалом стани системи характеризують вектором параметрів, який містить кількість фаз і буферів системи, кількість типів заявок і пристроїв, ємність джерела заявок, довжину черги в системі тощо. Це призводить до різкого збільшення кількості станів НСМО, а отже і порядку системи диференціальних рівнянь (2.23).

Система (2.21), (2.22), (2.23) є математичною моделлю функціонування нестаціонарної СМО. Очевидно, що ця модель є окремим випадком моделі НСО (2.1)–(2.3).

Якщо СМО функціонує тривалий час, окремий інтерес становить аналіз сталого режиму роботи системи. У цьому разі систему розглядають як стаціонарну СМО.

Процес «загибелі та розмноження» X(t) називається стаціонарним, якщо існують граничні ймовірності станів [11]:

$$p_k = \lim_{t\to\infty} p_k(t) \geq 0, \quad k = 0, 1, 2, ...,$$

і виконано таку умову нормування:

$$\sum_k p_k = 1$$

У цьому разі в системі існує сталий режим, а граничні ймовірності станів визначають за формулою:

$$p_0 = \left(1 + \sum_{k=1}^{\infty} \prod_{j=1}^{k} \frac{\lambda_{j-1}}{\mu_j}\right)^{-1}$$

$$p_k = \left(\prod_{j=1}^{k} \frac{\lambda_{j-1}}{\mu_j}\right) p_0, \quad k = 0, 1, 2, ...,$$

Гранична ймовірність певного стану є середнім часом перебування системи в цьому стані. Практичні задачі оптимізації СМО у сталих режимах функціонування розглянуто в роботах [12, 13, 14].

У дослідженні [1] запропоновано загальну схему побудови марковської моделі системи обслуговування. Усі розглянуті в теорії масового обслуговування моделі підпадають під цю схему. Її особливістю є введення поняття «операції» для трактування зміни стану системи під впливом потоків подій, що відбуваються в ній.

Практика свідчить, використання цих моделей ускладнено насамперед такими чинниками:

– передбачають, що структура СМО є незмінною, тоді як реальні системи можуть змінювати свої параметри, а іноді й структуру залежно від режиму роботи;

– дослідження СМО проводять найчастіше для сталого режиму роботи, проте для деяких систем характерне функціонування в несталому режимі.

Це дає змогу отримати фіксовані, зазвичай стаціонарні, значення характеристик СМО. Розгляд стаціонарних моделей раніше був пов'язаний з обмеженнями насамперед обчислювального характеру, проте нині це обмеження не є істотним під час дослідження більшості систем.

Крім СМО, описуваних за допомогою формалізму «загибелі та розмноження», на увагу заслуговують і системи, що відрізняються від розглянутих відсутністю або модифікацією окремих припущень. Це призводить до ускладнення моделей цих систем і використання математичного апарата теорії випадкових процесів [15].

Наведена вище математична модель нестаціонарної СМО є окремим випадком моделі НСО, запропонованої у підрозділі 2.1. Тому характеристики та критерії оптимальності СМО можуть бути обчислені за формулами, наведеними в зазначеному підрозділі.

Задача оптимізації НСМО має такі особливості.

Параметрами, що їх оптимізують, є інтенсивність обслуговування заявок μ, кількість пристроїв обслуговування M та довжина черги Q. В окремих випадках на увагу заслуговує регулювання інтенсивності вхідного потоку λ за допомогою спеціальних пристроїв – розподільників заявок. У разі появи різних заявок або пристроїв будь-який із параметрів є вектором, компоненти якого характеризують окремий вид заявки чи пристрою. Конкретні задачі можуть вимагати оптимізації специфічних параметрів, пов'язаних додатковими співвідношеннями з розглянутими раніше. Наприклад, у підрозділі 4.2 одним із параметрів задачі, що оптимізується, є ємність буфера системи, пов'язана з довжиною черги відповідної моделі визначеним співвідношенням.

Розв'язання практичних задач дало змогу виокремити три основні критерії оптимальності: пропускну здатність системи, коефіцієнт зайнятості СМО та вартість обслуговування заявок. Складність оптимізації полягає в тому, що підвищення ефективності обслуговування заявок суперечить вимогам щодо ефективнішого використання пристроїв та зниження витрат на це обслуговування.

Під час розв'язання низки задач, зокрема розглянутих у розділі 4, можуть бути обрані й інші критерії. Це зумовлено необхідністю детальнішого відображення цієї суперечності та врахування специфіки конкретної системи. Наприклад, описаний у підрозділі 4.2 другий критерій визначається як максимальна на відрізку часу середня довжина черги. Мінімізація цього показника відповідає збільшенню пропускної здатності системи. Вибір цього критерію дає змогу під час оптимізації впливати на довжину черги СМО і, відповідно, на ємність буфера системи.

Отже, загалом багатокритеріальна задача оптимізації параметрів нестаціонарної СМО формулюється таким чином:

$$K = K(p(0), p(T), \omega, T) \to \text{extr} \tag{2.24}$$

$$\frac{dp}{dt} = \varphi(p, \omega) \tag{2.25}$$

$$\sum_{i=0}^{n} p_{i(t)} = 1, \quad 0 \le t \le T \tag{2.26}$$

$$p(0) = p^0 \tag{2.27}$$

$$y(p(0), p(T), w, T) \le 0 \tag{2.28}$$

$$\omega = (\lambda, \mu, M, Q) \in \Omega_{\text{доп}} \tag{2.29}$$

де $p(t)$ – вектор-функція ймовірностей станів системи, що визначаються з моделі (2.25)–(2.27) з урахуванням обмежень виду (2.28).

Оптимізація параметрів здійснюється в межах їхніх граничних значень відповідно до умови (2.29).

Приклади оптимізації нестаціонарних СМО різних видів розглянуті в підрозділах 4.1–4.3.

2.3 Системи разового обслуговування

Використовуючи визначення системи разового обслуговування, наведеної в підрозділі 1.2, і результати досліджень [1, 16], виокремимо її типові складники:

1) підсистема датчиків, що здійснюють контроль факту настання очікуваної події;

2) підсистема збирання й передавання сигналів із датчиків;

3) підсистема реєстрації та сповіщення про настання події;

4) підсистема усунення несправностей і спрацьовувань.

Взаємодію компонентів системи разового обслуговування наведено на рис. 2.2.

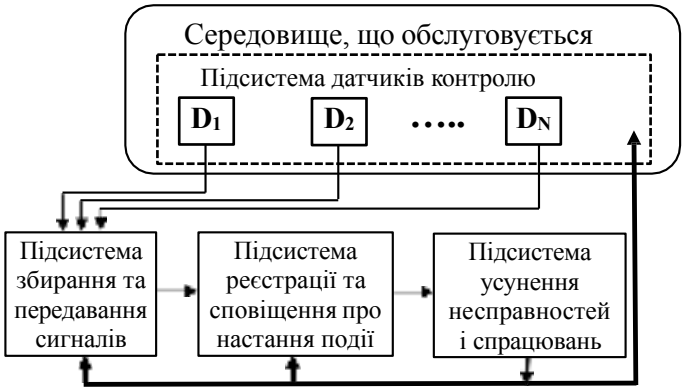

Рисунок 2.2 – Структура системи разового обслуговування

Окреслимо характерні риси функціонування системи разового обслуговування:

– через наявність у середовищі, що обслуговується, та в апаратурі різноманітних збурень і збоїв система допускає хибні спрацьовування, які фіксуються й усуваються (за необхідності) відповідною підсистемою;

– система функціонує до моменту дійсного спрацьовування, після чого її спрямовують на ремонт або вона припиняє свою роботу. Припустимо, що в будь-який момент СРО може перебувати в одному з трьох станів: S_0 – система працює

нормально, S_1 – система несправна (відбулася відмова), S_2 – відбулося хибне спрацьовування. Позначимо через $p_i(t)$ імовірність того, що в момент часу t система перебуває в стані S_i, $i = 0, 1, 2$. Нехай у системі протікають потоки подій із такими інтенсивностями: $\lambda_{\text{від}}(t)$ – інтенсивність потоку несправностей (відмов), $\mu_{\text{рем}}(t)$ – інтенсивність усунення несправностей (ремонту), $\lambda_{\text{хс}}(t)$ – інтенсивність потоку хибних спрацьовувань та $\mu_{\text{ухс}}(t)$ – інтенсивність усунення хибних спрацьовувань. Припустимо також, що всі потоки в системі є нестаціонарними пуассонівськими.

Тоді функціонування СРО на визначеному інтервалі часу $[0, T]$ може бути описано такою математичною моделлю:

$$\frac{dp_0}{dt} = -(\lambda_{\text{від}} + \lambda_{\text{хс}})p_0 + \mu_{\text{рем}}p_1 + \mu_{\text{ухс}}p_2,$$

$$\frac{dp_1}{dt} = -\mu_{\text{рем}}p_1 + \lambda_{\text{від}}p_0, \tag{2.30}$$

$$\frac{dp_2}{dt} = -\mu_{\text{ухс}}p_2 + \lambda_{\text{хс}}p_0$$

$$p_0(t) + p_1(t) + p_2(t) = 1, \quad 0 \le t \le T \tag{2.31}$$

$$p_0(0) = 1, \quad p_1(t) = p_2(t) = 0 \tag{2.32}$$

Під час розв'язання задачі (2.30)–(2.32) передбачається, що характеристики $\lambda_{\text{від}}(t)$ і $\lambda_{\text{хс}}(t)$ відомі за результатами опрацювання статистичних даних щодо вхідних потоків, а характеристики $\mu_{\text{рем}}(t)$ і $\mu_{\text{ухс}}(t)$ визначаються шляхом розв'язання відповідної задачі оптимізації системи разового обслуговування.

Отже, управлінням у моделі СРО є вектор характеристик $\big(\mu_{\text{рем}}(t), \mu_{\text{ухс}}(t)\big)$, на який накладено обмеження:

$$\mu'_{\text{рем}} \le \mu_{\text{рем}}(t) \le \mu''_{\text{рем}}$$

$$\mu'_{\text{ухс}} \le \mu_{\text{ухс}}(t) \le \mu''_{\text{ухс}}, \quad 0 \le t \le T \tag{2.33}$$

де $\mu'_{\text{рем}}$, $\mu''_{\text{рем}}$, $\mu'_{\text{ухс}}$, $\mu''_{\text{ухс}}$ – задані константи.

Крім того, СРО характеризується оцінюванням максимальної кількості хибних спрацьовувань $\Lambda_{\text{хс}}$ протягом конкретної одиниці часу, зумовленої чутливістю системи до збурень, що діють

у середовищі, яке обслуговується. Тому для системи можна записати такі обмеження:

$$\overline{N}_{\text{хс}} \le \Lambda_{\text{хс}}, \tag{2.34}$$

де $\overline{N}_{\text{хс}}$ – середня кількість хибних спрацьовувань, що визначається за формулою:

$$\bar{N}_{xc} = \frac{1}{T}\int_0^T p_2(t)\,\mathrm{d}t. \tag{2.35}$$

З огляду на зміст функціонування СРО, компонентами вектора критеріїв оптимальності $K = (K_1, K_2)$ доцільно обрати такі характеристики системи:

– коефіцієнт готовності системи до реального спрацьовування

$$K_1 = \frac{1}{T}\int_0^T p_0(t)\,\mathrm{d}t \to \max, \tag{2.36}$$

– середня відносна вартість обслуговування системи

$$K_2 = \frac{c_{\text{рем}}\bar{n}_{\text{рем}} + c_{\text{ухс}}\bar{n}_{\text{ухс}}}{\text{c}_{\sum}} \to \min, \tag{2.37}$$

де $c_{\text{рем}}$, $c_{\text{ухс}}$ – вартість одного ремонту системи СРО і одного усунення хибного спрацьовування відповідно; $\text{c}_{\sum}$ – сума витрат на обслуговування СРО в одиницю часу;

$\bar{n}_{\text{рем}} = \frac{1}{T}\int_0^T \eta_{\text{рем}}(t)\,\mathrm{d}t$ – середня кількість усунень несправностей системи в одиницю часу;

$\bar{n}_{\text{ухс}} = \frac{1}{T}\int_0^T \eta_{\text{ухс}}(t)\,\mathrm{d}t$ – середня кількість усунень хибних спрацьовувань системи в одиницю часу.

Критерій K_1 є внутрішнім системи, а критерій K_2 – зовнішнім.

У такому разі багатокритеріальну задачу оптимізації СРО можна сформулювати в такий спосіб. Потрібно визначити вектор $\left(\mu_{\text{рем}}(t), \mu_{\text{ухс}}(t)\right)$ параметрів системи (2.30)–(2.32), за якого критерій (2.36) досягав максимуму, а критерій (2.37) – мінімуму, за виконання умов (2.33)–(2.35).

Якщо інтенсивності $\mu_{\text{рем}}(t)$ і $\mu_{\text{ухс}}(t)$ є сталими на всьому інтервалі функціонування СРО, можна отримати аналітичне рішення

для моделі (2.30)–(2.32). Для зручності викладу введемо такі позначення:

$$\begin{gathered}\sigma_{\text{н}} = \lambda_{\text{від}} + \mu_{\text{рем}}, \quad \sigma_{\text{л}} = \lambda_{\text{хс}} + \mu_{\text{ухс}}, \\ \sigma_{\text{с}} = \sigma_{\text{н}} + \sigma_{\text{л}}, \quad \rho_{\text{с}} = \rho_{\text{від}} + \rho_{\text{хс}} + 1,\end{gathered} \tag{2.38}$$

де $\rho_{\text{від}} = \frac{\lambda_{\text{від}}}{\mu_{\text{rem}}}$ – наведена інтенсивність відмов системи; $\rho_{\text{хс}} = \frac{\lambda_{\text{хс}}}{\mu_{\text{ухс}}}$ – наведена інтенсивність хибних спрацьовувань СРО.

Система (2.30)–(2.31) шляхом застосування відомих прийомів може бути зведена до такого диференціального рівняння:

$$\frac{d^2 p_2(t)}{d} t^2 + \sigma_{\text{с}} \frac{d^2 p_2(t)}{d} t^2 + (\sigma_{\text{н}} \sigma_{\text{л}} - \lambda_{\text{від}} \lambda_{\text{хс}}) p_2(t) = \lambda_{\text{хс}} \mu_{\text{рем}}.$$

Розв'язавши характеристичне рівняння для відповідного однорідного диференціального рівняння, отримаємо такі корені:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_c \pm \sqrt{D}}{2}, \tag{2.39}$$

де дискримінант D обчислюють за формулою:

$$\begin{gathered}D = \sigma_{\text{н}}^2 + \sigma_{\text{л}}^2 + \left(\lambda_{\text{від}} + \lambda_{\text{хс}}\right)^2 + \left(\mu_{\text{ухс}} - \mu_{\text{рем}}\right)^2 - \\ - \left(\lambda_{\text{від}} + \mu_{\text{ухс}}\right)^2 - \left(\lambda_{\text{хс}} + \mu_{\text{рем}}\right)^2.\end{gathered} \tag{2.40}$$

Якщо інтенсивності потоків додатні, то дискримінант D є додатним, а тому обидва корені (2.39) – дійсні.

Розв'язуючи вихідне неоднорідне рівняння методом варіації довільної сталої, отримаємо такі вирази для ймовірностей станів СРО:

$$\begin{aligned}p_0(t) &= \frac{\sigma_1 + \mu_{\text{ухс}}}{\lambda_{\text{хс}}} C_1 e^{\sigma_1 t} + \frac{\sigma_2 + \mu_{\text{ухс}}}{\lambda_{\text{хс}}} C_2 e^{\sigma_2 t} + \frac{1}{\rho_{\text{с}}}, \\ p_1(t) &= \frac{\sigma_1 + \sigma_{\text{л}}}{\lambda_{\text{хс}}} C_1 e^{\sigma_1 t} + \frac{\sigma_2 + \sigma_{\text{л}}}{\lambda_{\text{хс}}} C_2 e^{\sigma_2 t} + \frac{\rho_{\text{від}}}{\rho_{\text{с}}}, \\ p_2(t) &= C_1 e^{\sigma_1 t} + C_2 e^{\sigma_2 t} + \frac{\rho_{\text{хс}}}{\rho_{\text{с}}},\end{aligned} \tag{2.41}$$

де коефіцієнти C1 і C 2 розраховуються за такими формулами:

$$C_1 = \frac{\sigma_2 \rho_{\text{хс}} + \lambda_{\text{хс}} \rho_{\text{с}}}{\rho_{\text{с}}} \sqrt{D}, \quad C_2 = -\sigma_1 \rho_{\text{хс}} + \lambda_{\text{хс}} \frac{\rho_{\text{с}}}{\rho_{\text{с}}} \sqrt{D}. \tag{2.42}$$

Тому в такому разі можна використовувати аналітичне розв'язання (2.38)–(2.42) замість моделі (2.30)–(2.32).

Відповідно до формул (2.34)–(2.37), середня кількість хибних спрацьовувань в системі обчислюється так:

$$\bar{N}_{\text{хс}} = \frac{C_1}{\sigma_1}\left(e^{\sigma_1 T} - 1\right) + \frac{C_2}{\sigma_2}\left(e^{\sigma_2 T} - 1\right) + \frac{\rho_{\text{хс}}}{\rho_{\text{с}}} \qquad (2.43)$$

а критерії оптимальності можуть бути записані в явному вигляді таким чином:

$$K_1 = \frac{\sigma_1 + \mu_{\text{ухс}}}{\lambda_{\text{хс}}\sigma 1 T} C_1\left(e^{\sigma_1 T} - 1\right) + \\ + \frac{\sigma_2 + \mu_{\text{ухс}}}{\lambda_{\text{хс}}\sigma 2 T} C_2\left(e^{\sigma_2 T} - 1\right) + \frac{1}{\rho_{\text{с}}} \to \max, \qquad (2.44)$$

$$K_2 = \frac{c_{\text{рем}}\mu_{\text{рем}} + c_{\text{ухс}}\mu_{\text{ухс}}}{c_{\sum}} \to \min. \qquad (2.45)$$

Отже, якщо інтенсивності $\mu_{\text{рем}}$ і $\mu_{\text{ухс}}$ є сталими на всьому інтервалі функціонування системи, отримуємо багатокритеріальну задачу оптимізації системи разового обслуговування (2.44), (2.45), (2.38)–(2.40), (2.33), (2.34), (2.43). Для її розв'язання можна використати як відомі методи нелінійного програмування [17], так і методи, запропоновані в розділі 3.

Приклад. Розглянемо розрахунок імовірностей станів СРО за таких умовних значень параметрів: $\lambda_{\text{від}} = 0{,}01$ рік$^{-1}$, $\lambda_{\text{хс}} = 0{,}05$ рік$^{-1}$, $\mu_{\text{рем}} = 0{,}2$ рік$^{-1}$, $\mu_{\text{ухс}} = 10$ рік$^{-1}$, $c_{\text{рем}} = 100$ грн, $c_{\text{ухс}} = 220$ грн, $c_{\sum} = 2\,500$ грн/рік. Наведені інтенсивності дорівнюють $\rho_{\text{від}} = 0{,}05$, $\rho_{\text{хс}} = 0{,}005$.

За формулою (2.38) отримуємо: $\sigma_{\text{н}} = 0{,}21$ рік$^{-1}$, $\sigma_{\text{л}} = 10{,}05$ рік$^{-1}$, $\sigma_{\text{с}} = 10{,}26$ рік$^{-1}$, $\rho_{\text{с}} = 1{,}055$.

Дискримінант, зумовлений формулою (2.40), дорівнює $D = 96,83$ рік$^{-2}$. Використовуючи (2.39), отримуємо корінь $\sigma_1 = -0{,}2099$ рік$^{-1}$, $\sigma_2 = -10{,}05$ рік$^{-1}$. За формулою (2.42) обчислюємо $C_1 = 2{,}408 \cdot 10^{-4}$, $C_2 = -4{,}980 \cdot 10^{-3}$.

Тоді розв'язок (2.41) для цього випадку набуде такого вигляду:

$$p_0(t) = 0{,}04715 \cdot e^{-0{,}2099t} + 0{,}004985 \cdot e^{-10{,}05t} + 0{,}9478,$$
$$p_1(t) = 0{,}04739 \cdot e^{-0{,}2099t} - 0{,}000005 \cdot e^{-10{,}05t} + 0{,}0474,$$
$$p_2(t) = 0{,}00024 \cdot e^{-0{,}2099t} - 0{,}00498 \cdot e^{-10{,}05t} + 0{,}0048.$$

Середнє число хибних спрацьовувань у момент часу t дорівнює

$$\bar{N}_{xc}(t) = \begin{cases} 0, & t = 0 \\ -0{,}00115\frac{e^{-0{,}2099t}-1}{t} + 0{,}000496\frac{e^{-10{,}05t}-1}{t} + 0{,}0047, & 0 < t \le T \end{cases}$$

а критерії оптимальності СРО визначаються як

$$\text{К}_1(t) = \begin{cases} 1, & t = 0 \\ -0{,}22457\frac{e^{-0{,}2099t}-1}{t} + 0{,}000496\frac{e^{-10{,}05t}-1}{t} + 0{,}9478, & 0 < t \le T \end{cases}$$

$$K_2(t) = 0{,}888, \quad 0 \le t \le T.$$

Аналіз функціонування системи дає змогу зробити такі висновки про функціонування СРО з обраними параметрами:

– середній час переходу в сталий режим дорівнює 24 роки;

– критерій $K_1(t)$ є монотонно убутною функцією часу, при цьому за $t = 48$ год значення критерію досягає лише 0,9526 за мінімального значення 0,9478 у сталому режимі;

– критерій $K_2(t)$ є сталою величиною;

– функція згортки критеріїв $K_1(t)$ і $K_2(t)$ є монотонно убутною функцією часу.

На рис. 2.3 зображено графіки критеріїв оптимальності СРО залежно від інтенсивності ремонту, а також показано функцію згортки цих критеріїв:

$$F(t, K_1, K_2, \xi)_{\xi=0{,}8} = \psi \cdot K_1(t) + (1 - \xi) \cdot (1 - K_2(t)).$$

З рисунка 2.3 випливає, що критерії оптимальності є монотонними функціями оптимізованого параметра, а функція згортки має один екстремум в області припустимих значень цього параметра.

Аналіз рисунка свідчить, що максимальне значення функції згортки, позначене на рис. 2.3 точкою, досягається за $\mu_0 =$ 0,9 рік$^{-1}$. При цьому коефіцієнт K_1 готовності системи до дійсного спрацьовування складе 98,594, а середня вартість обслуговування системи буде дорівнювати $0{,}916 \cdot 2\,500 = 2\,290$ грн/рік.

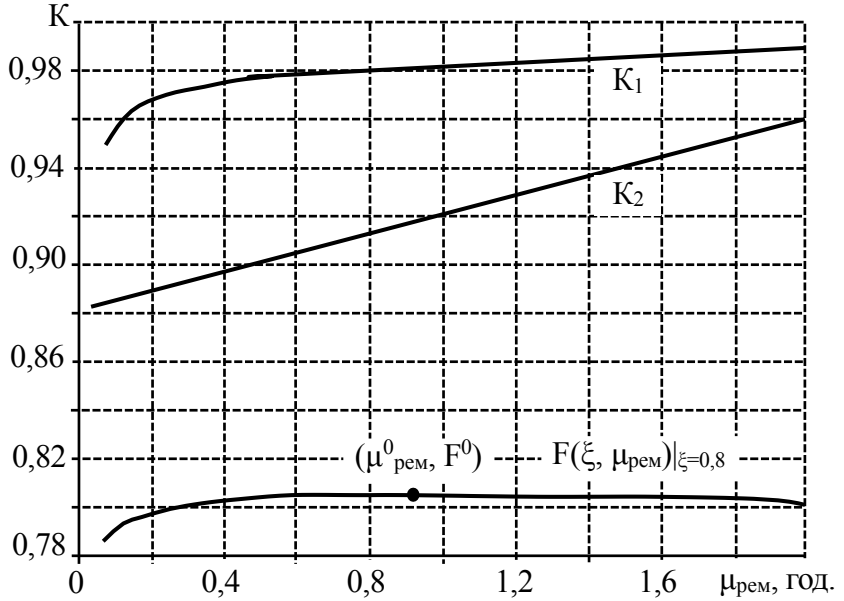

Рисунок 2.3 – Залежність критеріїв оптимальності і функції згортки від інтенсивності ремонту системи

2.4 Системи активного обслуговування

На основі наведеного у розділі 1 визначення системи активного обслуговування виокремимо в її структурі три основні компоненти:

1) підсистема пошуку й виявлення, що використовує спеціальні засоби пошуку та виявлення об'єктів;

2) підсистема ідентифікації виявлених об'єктів, що класифікує їх;

3) підсистема обслуговування, що здійснює необхідні дії з виявленими об'єктами визначеного класу.

Приклад взаємодії компонентів системи активного обслуговування наведено на рис. 2.4.

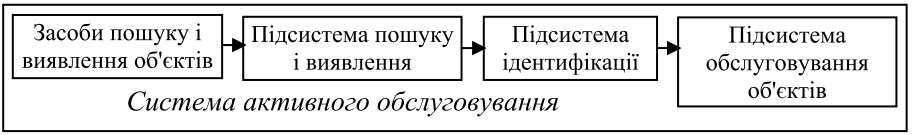

Рисунок 2.4 – Структура системи активного обслуговування

У цьому розділі розглянемо комплексну математичну модель системи активного обслуговування об'єктів із застосуванням мобільного засобу обслуговування (МЗО).

Запропоновану модель конкретизуємо для активного обслуговування наземних об'єктів бортовою апаратурою літака з урахуванням динаміки його польоту [18].

Загальна модель САО

Припустимо, що у випадкових точках траси руху МЗО розташовано об'єкти, які потрібно виявити, ідентифікувати й обслужити за допомогою бортового устаткування мобільного засобу обслуговування.

Динаміку процесів пошуку, виявлення, упізнавання й обслуговування системою об'єктів будемо описувати за допомогою таких характеристик:

– вектор-функція $z(t)$ є фазовими характеристиками мобільного засобу та його силової установки й залежить від вектор-функції u управління рухом МЗО;

– вектор w параметрів зони огляду території, контрольованої за допомогою бортової апаратури МЗО;

– вектор-функція $q(t)$, що визначає ймовірнісні характеристики процесу виявлення шуканих об'єктів;

– вектор-функція $p(t)$, що описує ймовірнісні характеристики процесів пошуку, ідентифікації та обслуговування об'єктів.

Тоді загальну модель оптимізації параметрів САО можна подати в такому вигляді:

$$K(z(0), z(t_k), q(0), q(T), p(0), p(T), \omega, T) \to \text{extr}, \quad (2.46)$$

$$\frac{dz}{dt} = f_{\text{ла}}(z, u), \quad (2.47)$$

$$w = f_{\text{ба}}(z, C_{\text{ба}}), \tag{2.48}$$

$$\frac{dq}{dt} = f_{\text{вияв}}\Big(q, z, w, C_{\text{вияв}}, C_{\text{роз}}\Big), \tag{2.49}$$

$$\frac{dp}{dt} = \varphi(p, q, C_{\text{обс}}, T), \tag{2.50}$$

$$\psi(z(0), z(t_k), q(0), q(T), p(0), p(T), \omega, T) \le 0, \tag{2.51}$$

$$\omega = (\text{C}_{\text{ба}}, \text{C}_{\text{вияв}}, \text{C}_{\text{обс}}) \in \Omega_{\text{доп}}. \tag{2.52}$$

де К – вектор критеріїв оптимальності системи; ω – вектор параметрів САО, що оптимізуються; $\text{C}_{\text{ба}}$ – вектор характеристик бортової апаратури пошуку та виявлення об'єктів; $\text{C}_{\text{вияв}}$ – вектор характеристик зони пошуку; $\text{C}_{\text{роз}}$ – вектор параметрів розподілу координат об'єктів; $\text{C}_{\text{обс}}$ – вектор характеристик пошуку, ідентифікації та обслуговування об'єктів; T – сумарні витрати часу на активне обслуговування об'єктів; t_k – момент часу завершення огляду поверхні.

Конкретизуємо кожне із співвідношень моделі (2.47)–(2.51). При цьому розглядатимемо зображений на рис. 2.6 інтервал $[a,\ b]$ траси польоту ЛА (в цьому випадку – літака), у випадкових точках якого розміщені N об'єктів двох класів.

Найпростіша модель керованого руху літака

Відповідно до роботи [19], розглянемо плоский рух літака вздовж прямої на сталій висоті h у площині $x0z$. Вважатимемо, що літак є матеріальною точкою масою m.

Рух точки вздовж прямої на інтервалі часу $[t_0,\ t_k]$ під дією сили F описується системою таких диференціальних рівнянь [20]:

$$\frac{dx}{dt} = V(t), \tag{2.53}$$

$$m\frac{dV}{dt} = F(t), \tag{2.54}$$

$$x(t_0) = x_0, \quad V(t_0) = V_0, \tag{2.55}$$

де $x(t)$ – пройдений літаком шлях на інтервалі часу (t_0, t) польоту; $V(t)$ – швидкість літака в момент часу t.

Для опису руху літака конкретизуємо сили, що діють на нього в польоті [21] (їх схематично зображено на рис. 2.5).

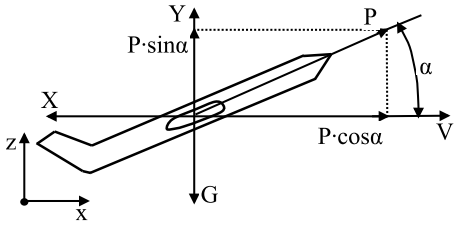

Рисунок 2.5 – Сили, що діють на літак у польоті

На рисунку 2.5 показано сили, що діють на літак:

$G = mg$ – сила ваги;

$P = P(t)$ – сила тяги двигунів, спрямована вздовж осі літака;

$X = \frac{c_x S^\rho V^2}{2}$ – сила лобового опору, спрямована протилежно до вектора швидкості V ;

$Y = \frac{c_V S^\rho V^2}{2}$ – підіймальна сила, перпендикулярна до вектора V, де α – кут атаки, необхідний для створення підіймальної сили Y літака; $c_x = c_x(\alpha), c_y = c_y(\alpha)$ – коефіцієнти лобового опору і підіймальної сили; $\rho = \rho(h)$ – щільність повітря на висоті польоту h; S – площа крила літака.

З урахуванням зазначеного вище, рівняння (2.54) для розглянутого польоту літака на сталій висоті набуває такого вигляду:

$$m\frac{dV}{dt} = P\cos\alpha - \frac{c_x S^\rho V^2}{2}, \tag{2.56}$$

$$P\sin\alpha + \frac{c_V S^\rho V^2}{2} = mg. \tag{2.57}$$

З рівняння (2.57) визначимо кут атаки α, який забезпечує горизонтальний політ літака. Знайдене значення використаємо для подальшого обчислення швидкості літака за допомогою рівняння (2.56). Із практичної аеродинаміки [21] відомо, що $\alpha \le 10^o$, звідки

$$\sin\alpha \cong \alpha, \quad \cos\alpha \cong 1,$$

і, крім того,

$$\begin{aligned} c_x &= c_{x2}\alpha^2 + c_{x1}\alpha + c_{x0}, \\ c_V &= c_{V1}\alpha + c_{V0}, \end{aligned} \tag{2.58}$$

де c_{x2}, c_{x1}, c_{x0}, c_{V1}, c_{V0} – коефіцієнти, що визначаються під час продувань літака в аеродинамічній трубі.

Тому рівняння (2.56) і (2.57) набудуть такого вигляду:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{m}\left(P - (c_{x2}\alpha^2 + c_{x1}\alpha + c_{x0})\frac{S\rho V^2}{2}\right), \qquad (2.59)$$

$$\alpha = \frac{mg - \frac{c_{y0}S\rho V^2}{2}}{P + \frac{c_{y1}S\rho V^2}{2}}. \qquad (2.60)$$

Керувати швидкістю польоту $V(t)$ та пройденим шляхом $x(t)$ у межах запропонованої моделі можна завдяки керуванню тягою $P(t)$ двигуна літака. Зміна тяги $P(t)$, що враховує інерційність її роботи та залежить від кута відхилення $\delta P(t)$ важеля керування двигуном, описується рівнянням [22]:

$$\tau\frac{dP}{dt} + P = c_p\delta_p, \quad P(t_0) = P(0), \qquad (2.61)$$

де τ – стала часу силової установки; c_P – коефіцієнт пропорційності, P_0 – початкове значення сили тяги.

У разі потреби врахування зустрічного або попутного вітру рівняння (2.53) набуде такого вигляду:

$$\frac{dx}{dt} = V(t) + W(t),$$

де $W(t)$ – швидкість вітру (з відповідним знаком).

Отже, в цьому разі співвідношення (2.47) описується системою рівнянь (2.53), (2.59)–(2.61).

Початкові умови (2.55) для цієї системи мають враховувати характеристики огляду поверхні та виявлення об'єктів, моделі яких розглянуто нижче.

Модель огляду поверхні зони за допомогою бортової апаратури

Нехай літак здійснює прямолінійний горизонтальний політ на висоті h над певною плоскою поверхнею (рис. 2.6). Вектор $С_{БА}$ ЛА має такі компоненти: γ_z – кут між горизонтальною віссю літака та лінією візування пошукового пристрою (об'єктива, антени) апа-

ратури; γ_x – вертикальне поле зору пошукового пристрою; γ_y – горизонтальне поле зору.

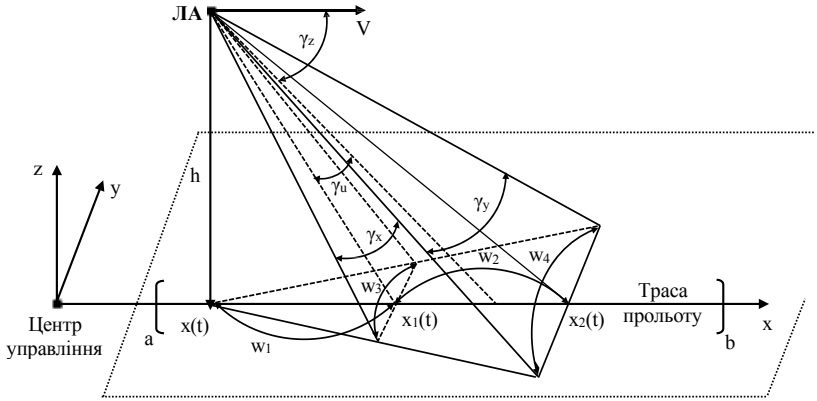

Рисунок 2.6 – Схема огляду траси польоту

Розглядаючи відповідні трикутники на рис. 2.6, отримуємо формулу:

$$w_1 = h \cdot \mathrm{ctg}(\gamma_z + \gamma_u),$$
$$w_2 = h \cdot \mathrm{ctg}(\gamma_z - \gamma_x + \gamma_u) - w_1, \tag{2.62}$$

$$w_3 = \frac{2w_1 \cdot \mathrm{tg}\,\frac{\gamma_y}{2}}{\cos}(\gamma_z - \gamma_x + \gamma_u),$$
$$w_4 = \frac{2h \cdot \mathrm{tg}\,\frac{\gamma_y}{2}}{\sin}(\gamma_z - \gamma_x + \gamma_u), \tag{2.63}$$

$$\gamma_u = \frac{1}{2}[\gamma_x - \gamma_z \pm \arccos(\cos\gamma_z \cdot \gamma_x) + 2\pi n_u],$$
$$n_u \in Z : 0 < \gamma_u < \gamma_x, \tag{2.64}$$

де $Z = \{..., -2, -1, 0, 1, 2, ...\}$ – множина цілих чисел.

Отже, співвідношення (2.48) конкретизується у вигляді системи залежностей (2.62)–(2.64).

Модель виявлення об'єктів на трасі польоту літака

Процеси пошуку та виявлення є ймовірнісними процесами [23].

Позначимо через $f_i(x)$ щільність розподілу координати розташування i-го об'єкта, а через $q_{\text{вияв і}}$ – імовірність виявлення i-го об'єкта бортовою апаратурою за умови його присутності в зоні огляду, $i = 1, N$. Під час польоту літака в будь-який момент часу t апаратурою виявлення здійснюється огляд точок траси, що утворюють відрізок J_t довжиною w_2 (рис. 2.6), який визначається так:

$$J_t = [x_1(t),\, x_2(t)] = [x_1(t),\, x_1(t) + w_2].$$

На рис. 2.6 показано, що $x_1(t) = x_1(t) + w_1, x_2(t_k) = b$. Тому відрізок J_t визначаємо так: $J_t = [x(t) + w_1,\, x(t) + w_1 + w_2]$.

Початкові умови (2.55) набудуть такого вигляду:

$$x(t_0) = a - w_1, \quad V(t_0) = V_0, \tag{2.65}$$

де V_0 – крейсерська швидкість польоту літака.

Момент t_k завершення огляду поверхні на інтервалі $[a,\, b]$ польоту літака визначається з такої умови:

$$x(t_k) = b - w_1 - w_2. \tag{2.66}$$

Розглянемо ймовірності $q_i(t), i = \overline{1,\, N}$, того, що i-й об'єкт не буде виявлено в інтервалі часу $[t_0,\, t]$. Маємо

$$q_i(t + \Delta t) = q_i(t) \cdot Q_i(t, t + \Delta t), \quad i = \overline{1,\, N},$$

де $Q_i(t, t + \Delta t)$ – імовірність того, що i–й об'єкт не було виявлено в інтервалі часу $(t, t + \Delta t)$. Для обчислення цієї ймовірності розглянемо взаємне розташування на трасі польоту інтервалів J_t і $J_t + \Delta t$, зображене на рис. 2.7, звідки отримаємо

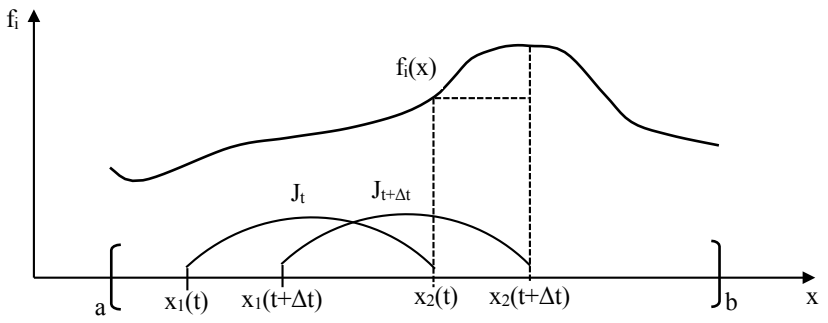

Рисунок 2.7 – Схема виявлення об'єкта

$$Q_i(t, t+\Delta t) = P\{X_i \notin [x_2(t), x_2(t+\Delta t)]\} +$$
$$+(1 - q_{\text{вияв і}})P\{X_i \in [x_2(t), x_2(t+\Delta t)]\} =$$
$$= 1 - q_{\text{вияв і}}P\{X_i \in [x_2(t), x_2(t+\Delta t)]\},$$

де X_i – випадкова координата розташування i-го об'єкта, $i = \overline{1,\ N}$.

Використовуючи вираз

$$P\{X_i \in [x_2(t), x_2(t+\Delta t)]\} = \int_{x_2(t)}^{x_2(t+\Delta t)} f_{i(x)}\,\mathrm{d}x \cong$$
$$\cong f_i(x(t) + w_1 + w_2)V(t)\Delta t$$

після відповідних перетворень маємо систему однорідних диференціальних рівнянь:

$$\frac{dq_i}{d}t = -q_{\text{вияв і}}f_i(x + w_1 + w_2)Vq_i, \quad i = \overline{1,\ N} \qquad (2.67)$$

з такими початковими умовами:

$$q_i(t_0) = q_{i,0}, i = \overline{1,\ N}. \qquad (2.68)$$

Отримана система (2.67)–(2.68) є конкретизацією співвідношення (2.49) загальної моделі.

Отже, математична модель виявлення об'єктів уздовж траси польоту літака на інтервалі $[a,\ b]$ за допомогою бортової апаратури пошуку описується системою (2.53)–(2.68).

Модель пошуку, ідентифікації та обслуговування наземних об'єктів

У процесі активного обслуговування можна виокремити такі етапи: пошук і виявлення об'єктів, ідентифікація об'єктів (впізнавання з подальшим розподілом між двома класами), виконання необхідних дій (обслуговування), виконання команд центру управління обслуговуванням.

Вважатимемо, що пошук і виявлення об'єктів здійснюються паралельно в ізольованих зонах після отримання команди на пошук об'єктів від центру управління. Ідентифікація необхідна для визначення належності виявленого об'єкта до одного з класів [24, 25]. Якщо об'єкт належить до другого класу, то його слід обслужити. Етап обслуговування передбачає виконання необхідних дій. Центр

управління видає команди на початок, продовження або завершення роботи, а також визначає час пошуку та обслуговування об'єктів.

Відповідно до викладеного вище, САО може перебувати в одному з таких станів: S_0 – система отримує команду з центру управління, S_i – система здійснює пошук і виявлення об'єкта в i-й зоні, $i = \overline{1,\ L}$, $S_{\text{від}}$ – система ідентифікує належність виявленого об'єкта до одного з двох класів, $S_{\text{обс}}$ – система обслуговує виявлений об'єкт 2-го класу.

Припустимо, що у системі реалізуються потоки подій із такими інтенсивностями:

$\lambda_i(t)$ – інтенсивність потоку команд на пошук в i–й зоні, $\mu_i(t)$ – інтенсивність виявлення об'єкта в цій зоні, $i = \overline{1,\ L}$; $\mu_{\text{від j}}(t)$ – інтенсивність ідентифікації виявленого об'єкта як об'єкта «j»-го класу, $j = 1, 2$; і $\mu_{\text{обс}}(t)$ – інтенсивність обслуговування об'єкта, віднесеного до 2-го класу. Припустимо також, що всі описані потоки подій у системі є нестаціонарними пуассонівськими потоками.

Тоді функціонування системи активного обслуговування на інтервалі часу $[0, T]$ з використанням моделі нестаціонарної системи обслуговування (2.64), наведеної у підрозділі 2.1, може бути описане системою диференціальних рівнянь:

$$\begin{aligned}
\frac{dp_0}{dt} &= -p_0 \sum_{i=1}^{L} \lambda_i + \mu_{\text{від }1} p_{\text{від}} + \mu_{\text{обс}} p_{\text{обс}} \\
\frac{dp_i}{dt} &= -\mu_i p_i + \lambda_i p_0, \quad i = \overline{1,L} \\
\frac{dp_{\text{від}}}{dt} &= -(\mu_{\text{відв }1} + \mu_{\text{відв }2}) p_{\text{від}} + \sum_{i=1}^{L} \mu_i p_i, \\
\frac{dp_{\text{обс}}}{dt} &= -\mu_{\text{обс}} p_{\text{обс}} + \mu_{\text{від }2} p_{\text{від}},
\end{aligned} \tag{2.69}$$

з умовою нормування

$$p_0(t) + \sum_{i=1}^{L} p_i(t) + p_{\text{від}}(t) + p_{\text{обс}}(t) = 1, \quad 0 \le t \le T \tag{2.70}$$

і початковими умовами

$$p_0(0) = 1,$$
$$p_i(t) = p_{\text{від}}(t) = p_{\text{обс}}(t) = 0, i = \overline{1,\ L}. \tag{2.71}$$

Інтенсивності потоків подій визначаються таким чином:

$$\lambda_i = \frac{p_{\text{кп і}}}{t_{\text{кп}}},$$
$$\mu = \frac{1 - q_i}{t_{\text{п і}}}, \quad i = \overline{1,\ L}, \quad \mu_{\text{обс}} = \frac{1}{t_{\text{обс}}}, \tag{2.72}$$
$$\mu_{\text{від 1}} = 1 - \frac{p_{\text{від 2}}}{t_{\text{від}}}, \quad \mu_{\text{від 2}} = \frac{p_{\text{від 2}}}{t_{\text{від}}},$$

де $t_{\text{кп}}$ – середній час передавання команд центром управління, $p_{\text{кп і}}$ – імовірність надходження від центру управління команди на пошук в i-й зоні, q_i – імовірність невиявлення об'єкта в i-й зоні, $t_{\text{п і}}$ – середній час пошуку об'єкта в i-й зоні, $i = \overline{1,\ L}$, $p_{\text{від 2}}$ – імовірність належності об'єкта до 2-го класу, $t_{\text{від}}$ – середній час ідентифікації об'єкта, $t_{\text{обс}}$ – середній час обслуговування об'єкта 2-го класу, T – загальний час проведення пошуку й обслуговування об'єктів у всіх необхідних межах простору.

Отримана система (2.69)–(2.72) описує функціонування САО в декількох зонах простору і є конкретизацією співвідношення (2.50) загальної моделі.

Отже, комплексна модель САО (2.47)–(2.51) у цьому разі подана у вигляді системи (2.53)–(2.72).

Модель оптимізації САО

Конкретизуємо співвідношення (2.52) і (2.46) комплексної моделі.

Компонентами вектора ω параметрів САО, що оптимізуються, може бути обрано:

– параметри, що визначають рух літака; в такому разі це кут відхилення $\delta_p(p)$ важеля керування двигуном;

– параметри бортової апаратури виявлення, зокрема у вектор ω увійдуть описані вище параметри зони огляду γ_z, γ_x і γ_y, а також імовірності виявлення $p_{\text{вияв і}}, i = \overline{1,\ L}$,

– параметри пошуку та обслуговування, зокрема кількість зон L, а також середні значення часу $t_{\text{п і}}$, $t_{\text{від}}$ і $t_{\text{обс}}$.

До складу множини критеріїв оптимальності, з якої ОПР формує вектор критеріїв К, можуть увійти:

– характеристики, пов'язані з рухом літака: час проходження траси польоту $t_{\text{к}}$, траєкторія руху (висота h, напрямок x);

– характеристики зони огляду поверхні – величини w_k, $k = \overline{1,\ 4}$;

– характеристики пошуку та обслуговування, зокрема середня тривалість перебування у визначеному стані САО.

Співвідношення (2.51) конкретизується наведеними вище обмеженнями та умовами, що накладаються на параметри системи.

Тоді багатокритеріальну задачу оптимізації САО формулюють так: слід визначити вектор ω параметрів, що оптимізуються, для системи (2.53)–(2.72), за якого вектор критеріїв оптимальності К досягає екстремуму, за виконання такої умови:

$$\omega = \left(\delta_p, \gamma_z, \gamma_x, \gamma_V, p_{\text{вияв і}}, \bar{t}_{\text{пі}}, \bar{t}_{\text{від}}, \bar{t}_{\text{обс}}\right) \in \Omega_{\text{доп}}. \qquad (2.73)$$

Методика оптимізації САО

Запропонований у роботі підхід реалізується за такою послідовністю етапів [26]:

1) визначити простір пошуку, тобто територію, на якій здійснюватиметься виявлення об'єктів;

2) конкретизувати склад авіаційного комплексу – визначити типи та характеристики літаків, що залучаються до операції пошуку;

3) розбити простір пошуку на зони відповідно до кількості та характеристик задіяних літаків;

4) визначити параметри пошуку, виявлення, ідентифікації та обслуговування наземних об'єктів на основі тактико-технічних даних бортової апаратури типів літаків та інформації про координати об'єктів;

5) визначити вектор параметрів, що оптимізуються, авіаційного комплексу з урахуванням його складу;

6) визначити критерії оптимальності задачі;

7) обрати метод оптимізації параметрів системи відповідно до поставленої задачі;

8) розв'язати задачу оптимізації для отримання оптимальної за Парето множини рішень;

9) з отриманої множини рішень ОПР обирає прийнятне, враховуючи чинники, які не формалізуються та важко формалізуються.

Слід зазначити, що кількість параметрів, які оптимізуються, зазвичай більша за чотири, тому пропонується обрати один із алгоритмів випадкового пошуку, наприклад, реалізувати генетичний алгоритм, наведений у розділі 3.

Приклад оптимізації САО наземних об'єктів у трьох ізольованих зонах пошуку розглянуто в підрозділі 4.4. Математичну модель системи ідентифікації об'єктів за сигналами, які від них отримують, розглянуто в підрозділі 4.5.

ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 2

1. Побудовано математичну модель багатокритеріальної векторної оптимізації параметрів нестаціонарної системи обслуговування, визначення якої подано в розділі 1.

2. Проведено аналіз і виокремлено недоліки математичної моделі системи масового обслуговування, побудованої на основі формалізму «загибелі і розмноження». Сформульовано задачу багатокритеріальної оптимізації цієї системи, яка розглядається як окремий випадок задачі оптимізації нестаціонарної системи обслуговування, наведеної в розділі 2.

3. Запропоновано математичну модель системи разового обслуговування, визначення якої наведено в підрозділі 1.2. Для випадку сталих параметрів запропоновано аналітичну модель системи та приклад розрахунку ймовірностей станів та критеріїв оптимальності. Показано існування екстремуму функції лінійної згортки критеріїв оптимальності.

4. Як приклад системи активного обслуговування, описаної в підрозділі 1.2, наведено комплексну математичну модель оптимізації процесів активного обслуговування наземних об'єктів. Ця модель враховує використання бортових засобів літального апарата та динаміку його польоту.

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ ДО РОЗДІЛУ 2

1. Гриценко І. В., Козловський В. М. Теорія масового обслуговування: нестаціонарні режими : навч.посіб. Київ : Освіта, 2023. 200 с.

2. Ложковський А. Г. Теорія масового обслуговування в телекомунікаціях. Одеса : ОНАЗ ім. О. С. Попова, 2010. 112 с.

3. Дубиненко С. Б., Мітюшкін Ю. І. Дослідження операцій. Ч. 1. Системи масового обслуговування : навч. посіб. Вінниця : ВНТУ, 2008. 55 с.

4. Стогній В. І. Стохастичні моделі та рівняння Колмогорова для нестаціонарних процесів : монографія. Харків : ХНУ ім. В. Н. Каразіна, 2021. 230 с.

5. Савчук В. О. Адаптивне управління та оптимізація інформаційних систем : навч. посіб. Львів : Видавництво Львівської політехніки, 2022. 190 с.

6. Гриценко І. В. Оптимізаційні критерії у системах масового обслуговування : навч. посіб. Харків : ХНУРЕ, 2022. 190 с.

7. Андрашко Ю. М. Формалізація задач управління складними динамічними системами на основі багатокритеріальної оптимізації. Управління розвитком складних систем. 2026. № 66. С. 45–52.

8. Семенова Н. В., Колєчкіна Л. М. Векторні задачі дискретної оптимізації на комбінаторних множинах: методи дослідження та розв’язання : монографія. Київ : Наукова думка, 2009. 266 с.

9. Кузьменко О. В., Горбачук В. М. Моделі технічного обслуговування складних технічних систем : навч. посіб. Харків : НТУ «ХПІ», 2023. 210 с.

10. Ляшенко В. П., Набок Т. А., Скотнікова Л. М. Диференціальні рівняння: приклади застосування у теорії масового обслуговування : навч. посіб. Кременчук : КрНУ ім. М. Остроградського, 2025. 166 с.

11. Голоскоков О. Є., Голоскокова А. О., Мошко Є. О. Основи теорії експоненціальних систем масового обслуговування : навч. посіб. Харків : НТУ «ХПІ», 2017. 312 с.

12. Морозов О. О., Чернов А. Б. Вибір способу обслуговування засобів вимірювального контролю для систем з підвищеними вимогами до готовності. Системи озброєння і військова техніка. 2007. № 1(9). С. 50–52.

13. Морозов О. О. Модель технічного обслуговування та ремонту озброєння і військової техніки ремонтним органом Системи озброєння і військова техніка. 2015. № 2(42). С. 23–26.

14. Морозов О. О., Морозова Л. В. Науково-методичні основи створення систем технічного обслуговування та ремонту озброєння і військової техніки угруповань Національної гвардії України : монографія. Харків : НАНГУ, 2015. 174 с.

15. Савченко В. І., Гончаренко О. М. Випадкові процеси у прикладних задачах : навч. посіб. Харків : ХНУ ім. В. Н. Каразіна, 2019. 280 с.

16. Закусило О. К., Анісимов В. В., Донченко В. С. Елементи теорії масового обслуговування і асимптотичного аналізу. Київ : Вища школа, 1987. 256 с.

17. Глушик М. М., Копич І. М., Пенцак О. С., Сороківський В. М. Математичне програмування : навч. посіб. Львів : Новий Світ-2000, 2005. 216 с.

18. Остроумов І. В. Методологічні засади комплексного позиціонування літальних апаратів за сукупністю навігаційних засобів в умовах ризику : дис. … докт. техн. наук : 05.22.13. Київ, 2020. 295 с.

19. Котельніков Г. Н., Мамлюк О. В. Аеродинаміка літальних апаратів : підручник. Київ : Вища школа, 2002. 255 с.

20. Єрфорт Ю. О., Подлєсний С. В. Теоретична механіка. Статика і кінематика : навч. посіб. Краматорськ : ДДМА, 2007. 164 с.

21. Грищенко І. В. Прикладна аеродинаміка та моделювання потоків : навч. посіб. Харків : ХАІ, 2020. 280 с.

22. Агеєв С. Є., Васьків Г. М., Процик В. І. Аеродинаміка та динаміка польоту. Львів : Львівська політехніка, 2024. 160 с.

23. Федухін О. В., Муха А. А. On-board control system for high-reliability and survivability aircraft. Київ : ІПММС НАН України, 2025. 190 с.

24. Свид І. В. Обробка радіолокаційної інформації систем спостереження повітряного простору : монографія. Дніпро : ЛІРА ЛТД, 2022. 224 с.

25. Свид І. В., Обод І. І., Заволодько Г. Е. Оптимізація обробки даних в літакових відповідачах системи ідентифікації «свій-чужий». Радіотехніка. 2020. № 203. С. 162–169.

26. Методика оптимізації параметрів систем активного обслуговування наземних об’єктів за допомогою засобів повітряної розвідки : звіт про НДР (проміжний) / Харків. ун-т Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, в/ч А0785; наук. кер. А. Б. Гаврилов; викон.: О. О. Морозов [та ін.]. Шифр теми 35/03. № 37. Харків, 2001. 146 с.

РОЗДІЛ 3. МЕТОДИ ОПТИМІЗАЦІЇ ТА АДАПТИВНОГО УПРАВЛІННЯ СИСТЕМАМИ ОБСЛУГОВУВАННЯ

У розділі детально описано математичні методи оптимізації параметрів систем обслуговування, класифікацію яких наведено в розділі 1.

Запропоновано методику адаптивного управління для реалізації отриманих оптимальних середніх значень параметрів і характеристик.

Розроблено інформаційну технологію адаптивного управління параметрами нестаціонарних систем обслуговування.

3.1 Класифікація методів оптимізації систем обслуговування

Розв'язування практичних задач зумовило запровадження класифікації методів оптимізації систем обслуговування, наведеної на рис. 3.1 [1–7].

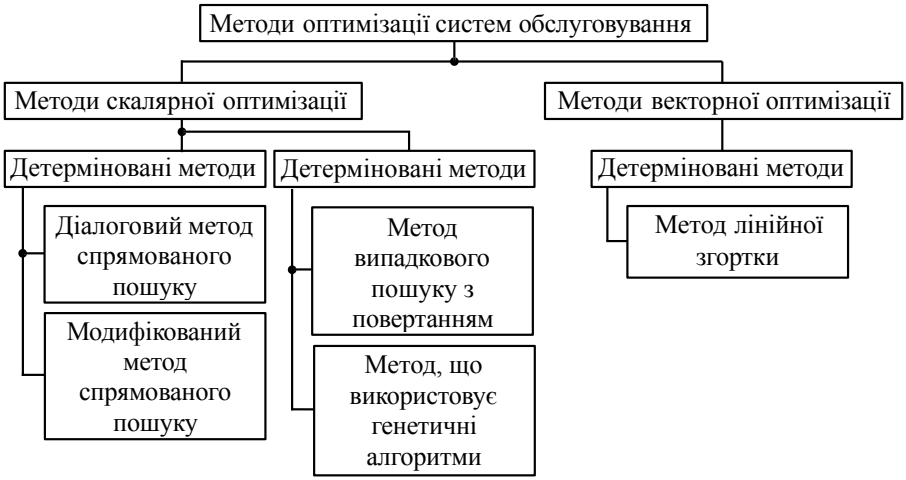

Рисунок 3.1 – Класифікація методів оптимізації, що розглядаються

Задачу векторної оптимізації системи обслуговування (2.18)–(2.20), (2.1)–(2.3) пропонується зводити до сімейства задач скалярної оптимізації методом лінійної згортки. Отримані

розв'язки формують множину оптимальних за Парето значень вектора параметрів, що оптимізуються, з яких ОПР обирає прийнятний варіант з урахуванням чинників, що не формалізуються та важко формалізуються. Алгоритм використання цього методу викладено в підрозділі 3.2.

Існує множина методів скалярної оптимізації. Однак результати розв'язання задач оптимізації параметрів реальних систем обслуговування показали, що вибір методу вимагає врахування таких особливостей математичних моделей шуканих задач: розмірність системи (2.1) та наявність дискретних компонентів у складі вектора параметрів, що оптимізуються. Крім того, вибір методу оптимізації визначається необхідною точністю шуканого розв'язку, швидкістю його пошуку, а також часом його реалізації.

У роботі [8] пропонується використовувати метод, що випливає із принципу максимуму Л. С. Понтрягіна. Але застосування цього методу для розв'язання задачі оптимізації (2.18)–(2.20), (2.1)–(2.3) є складним у разі високої розмірності системи (2.1), що призводить до системи умов трансверсальності відповідної розмірності. Крім того, виникає проблема оптимізації дискретних компонентів вектора параметрів.

Під час розв'язання задач (2.18)–(2.20), (2.1)–(2.3) можуть бути використані як детерміновані, так і стохастичні методи оптимізації [9, 10, 11]. З детермінованих методів пропонується використовувати діалоговий метод спрямованого пошуку та модифікований метод багатогранника Нелдера – Міда, що деформується. Серед стохастичних методів виокремлено метод випадкового пошуку з поверненням і метод, що використовує генетичні алгоритми. Запропоновані методи оптимізації, їхні особливості й умови застосування розглядаються у підрозділах 3.3 і 3.4.

3.2 Алгоритм векторної оптимізації параметрів системи

Найпоширенішим способом розв'язання задач багатокритеріальної оптимізації є зведення їх до задач скалярної параметричної

оптимізації шляхом лінійної згортки компонентів векторного критерію (2.18) до такого узагальненого критерію [12, 13]:

$$F = \sum_{j=1}^{m} \xi_j K_j, \tag{3.1}$$

де $\xi = (\xi_1, \xi_2, ..., \xi_m)$ – вектор параметрів згортки, компоненти якого задовольняють такі умови:

$$0 \le \xi_j \le 1, j = \overline{1,\, m}, \quad F = \sum_{j=1}^{m} \xi_j = 1. \tag{3.2}$$

У результаті згортки векторного критерію K у критерій (3.1), який називають функцією згортки, вихідна задача векторної оптимізації заміняється параметричним сімейством однокритеріальних задач оптимізації з цільовою функцією (3.1). Для розв'язання отриманих задач необхідно обрати метод скалярної оптимізації. Він враховує особливості цих задач і вимоги ОПР до виду результату розв'язку.

На практиці зазвичай задається певна сукупність векторів параметрів згортки ξ, яку позначимо через $\Xi = (\xi^1, \xi^2, ..., \xi^r)$. Змінюючи значення вектора у виразі (3.1) на вектори ξ зі сформованої ОПР множини Ξ, можна отримати оптимальні за Парето значення шуканих параметрів [12].

Як показано в розділі 2, практичні критерії оптимальності систем обслуговування є монотонними функціями параметрів, що оптимізуються. Застосування методу лінійної згортки дає змогу отримати немонотонну й зазвичай однокритеріальну цільову функцію. Параметри згортки є ваговими коефіцієнтами критеріїв оптимальності та визначаються особою, що приймає рішення [12].

Загальну схему алгоритму наведено на рис. 3.2. Цей алгоритм складається з таких кроків:

1) визначити $\Omega_{\text{доп}}$, T і r;

2) прийняти $i = 0$;

3) обрати ξ_i з Ξ;

4) прийняти $j = 0$.



Рисунок 3.2 – Блок-схема алгоритму векторної оптимізації

5) обрати j-е наближення ω^j значення компонентів вектора ω; початкове наближення (за $j = 0$) обирається або визначається ОПР за допомогою обраного ним методу оптимізації; наступні наближення обчислюються відповідно до обраного методу оптимізації;

6) розв'язати систему (2.1)–(2.3) для обчислення вектора ймовірностей $p(T)$ станів системи за обраних значень параметрів ω^j; цю систему можна розв'язати аналітично або за допомогою будь-якого з чисельних методів, що забезпечують задану точність розв'язання;

7) обчислити j-е наближення компонентів вектора K критеріїв оптимальності та сформувати j-е значення F_j згортки (3.1);

8) прийняти $j = j + 1$; обчислити умову завершення процесу оптимізації; якщо умову виконано, перейти до кроку 9, в іншому разі – до кроку 5;

9) зберегти результати оптимізації для поточного значення ξ^i , включивши отриманий розв'язок у множину Парето $\Omega_{\text{П}}$;

10) прийняти $i = i + 1$; якщо $i > r$, то перейти до кроку 11, в іншому разі – до кроку 3;

11) сформувати множину $\Omega_{\text{П}}$ оптимальних за Парето значень вектора параметрів, що оптимізуються $\Omega_{\text{П}}$ та надати отриманий результат ОПР; вибір найбільш прийнятного розв'язку здійснюється ОПР з урахуванням чинників, що не формалізуються або важко формалізуються;

12) завершити роботу.

Згідно з описаним вище алгоритмом, крок 1 відповідає етапу 1 загальної схеми (рис.3.2), кроки 2–4 та 10 реалізують цикл етапу 2, кроки 5–7 відповідають етапам 3–5 , крок 8 збігається з етапом 6, а крок 11 – з етапом 7.

Для розв'язання системи рівнянь (крок 6) пропонується використовувати метод Ейлера і методи Рунге-Кутта [11]. Метод Ейлера є найпростішим у реалізації, а методи Рунге-Кутта забезпечують вищу точність обчислень за рахунок збільшення витрат часу.

У складі цього алгоритму (кроки 5, 7 і 8) пропонується використовувати методи скалярної оптимізації, викладені в підрозділах 3.3 та 3.4.

3.3 Детерміновані методи оптимізації

У цьому підрозділі наведено два детерміновані методи, пропоновані для оптимізації параметрів систем обслуговування: діалоговий метод спрямованого пошуку [14] та модифікований метод багатогранника Нелдера – Міда, що деформується [15].

1. *Діалоговий метод спрямованого пошуку.* Для низки задач оптимізації область допустимих значень параметрів, що оптимізу-

ються, нестаціонарна система обслуговування (НСО) виявляється невеликою, що призводить до зниження ефективності більшості методів оптимізації.

Крім того, для реальних систем обслуговування інтерес становлять розв'язки, близькі до оптимальних. Серед подібних розв'язків можуть бути й такі, які не знижують суттєво ефективності розглянутої НСО і водночас не вимагають складної реалізації.

Тому подібні задачі слід розв'язувати діалоговим методом спрямованого пошуку, що є модифікацією методу рівномірного пошуку [11]. Суть цього методу полягає у виборі значень параметрів, що переглядаються, враховуючи додаткові вимоги ОПР і передбачувану поведінку критеріїв як функцій параметрів системи.

Алгоритм цього методу передбачає п'ять кроків:

1) обрати початкове значення вектора параметрів, що опимізують $\omega^0 (j = 0)$;

2) за обраного значення вектора параметрів ω^j системи обчислити критерії оптимальності K (2.18) і цільову функцію F (3.1);

3) якщо ці значення задовольняють обрані обмеження (2.19)–(2.20), а також неформалізовані вимоги ОПР – перейти до кроку 5, якщо ні – до кроку 4;

4) на основі отриманих величин векторів критеріїв оптимальності K за розглянутих значень векторів параметрів $\omega^j, \omega^{j-1}, ..., \omega^0$ системи, визначити чергове значення вектора параметрів ω^{j+1} і перейти до кроку 2;

5) надати ОПР отриману множину значень параметрів для ухвалення рішення: про продовження пошуку або про реалізацію обраних значень параметрів у складі системи, що оптимізується.

Безпосереднє використання досвіду та інтуїції ОПР у процесі пошуку дає змогу на практиці більш обґрунтовано знайти необхідні значення параметрів і суттєво скоротити витрати часу. В іншому разі тривалість пошуку може зрівнятися за часом повного перебору варіантів розв'язку.

Приклад використання розробленого методу спрямованого пошуку наведено у підрозділі 4.4.

2. *Модифікований метод багатогранника Нелдера – Міда, що деформується.* У разі високої розмірності системи диференціальних рівнянь (2.1) і наявності у складі вектора параметрів, що оптимізуються, дискретних компонентів пропонується використовувати модифікований метод деформованого багатогранника Нелдера – Міда [15].

Ідея методу полягає в порівнянні значень функції в $(n+1)$-й вершинах багатогранника-симплекса та переміщенні симплекса в напрямку оптимальної точки в n-мірному просторі за допомогою певної ітераційної процедури.

Вершиною $\omega_k, k = \overline{1,\, n+1}$, симплекса в цьому разі є відповідне значення вектора $(\omega_{k1}, \omega_{k2}, ..., \omega_{kn})$ параметрів, що оптимізуються, а симплексом $\omega^j, j = 0, 1, 2, ...$, називається впорядкована сукупність таких вершин $\left(\omega_1^j, \omega_2^j, ..., \omega_{n+1}^j\right)$.

Переміщення симплекса здійснюється шляхом його зміни (деформації) за допомогою чотирьох операцій: відбиття, розтягування, стискання і редукції вершин, виконуваних за певних умов.

Загальну схему цього алгоритму наведено на рис. 3.3.

Алгоритм симплекс-пошуку в разі максимізації цільової функції F передбачає такі кроки [15]:

1) прийняти $j = 0$;

2) сформувати початковий симплекс $\omega^0 = (\omega_1^0, \omega_2^0, ..., \omega_{n+1}^0)$ із вершин, заданих ОПР або обраних випадково;

3) обчислити цільову функцію $F(\omega^0)$ для всіх вершин симплекса (див. кроки 6 і 7 алгоритму векторної оптимізації);

4) визначити найгіршу й найкращу вершини симплекса за такими формулами:

$$\omega_h^j = \arg \min_{1 \le k \le n+1} F\left(\omega_k^j\right),$$

$$\omega_g^j = \arg \max_{1 \le k \le n+1} F\left(\omega_k^j\right).$$

5) обчислити центр ваги всіх вершин, крім найгіршої:

$$w_c^j = \frac{1}{n}\left(\sum_{k=1}^{n+1} w_k^j - w_h^j\right)$$

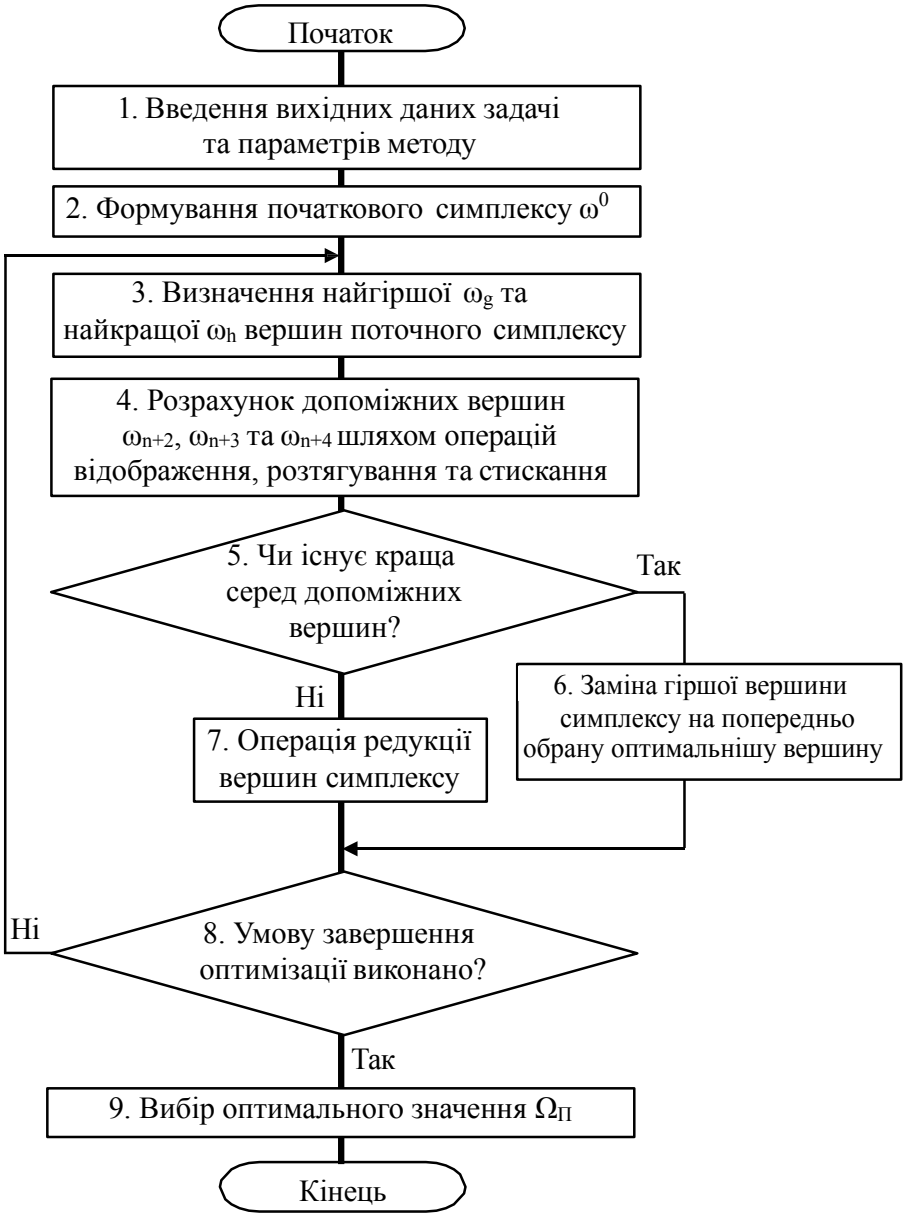

Рисунок 3.3 – Блок-схема алгоритму Нелдера – Міда

6) виконати операцію відбиття симплекса:

$$\omega_{n+2}^j = \omega_c^j + k_{\text{вдб}}\left(\omega_c^j - \omega_h^j\right),$$

де $k_{\text{вдб}} > 0$ – заданий коефіцієнт відбиття, зазвичай $k_{\text{вдб}} = 1$;

7) якщо $F\left(\omega_{n+2}^j\right) \le F\left(\omega_g^j\right)$, то перейти до кроку 11;

8) виконати операцію розтягування симплекса:

$$\omega_{n+3}^j = \omega_c^j + k_{\text{роз}}\left(w_{n+2}^j - \omega_c^j\right),$$

де $k_{\text{роз}} > 1$ – заданий коефіцієнт розтягування, зазвичай $k_{\text{роз}} = 2$;

9) якщо виконується умова $F\left(\omega_{n+3}^j\right) > F\left(\omega_g^j\right)$, то прийняти $\omega_h^j = \omega_{n+3}^j$ та перейти до кроку 16;

10) якщо виконується умова $F\left(\omega_{n+3}^j\right) = F\left(\omega_g^j\right)$, то прийняти $\omega_h^j = \omega_{n+2}^j$ та перейти до кроку 16;

11) якщо $F\left(\omega_{n+2}^j\right) < F\left(\omega_g^j\right)$ і $F\left(\omega_{n+2}^j\right) \ge F\left(\omega_k^j\right)$, $\forall k \ne g, h$, то прийняти $\omega_h^j = \omega_{n+1}^j$ та перейти до кроку 16;

12) якщо виконується умова $F\left(\omega_{n+2}^j\right) < F\left(\omega_g^j\right)$, то прийняти $e = h$, в іншому разі прийняти $e = n + 2$;

13) виконати операцію стискання симплекса:

$$\omega_{n+4}^j = \omega_c^j + k_{\text{ст}}(\omega_e^j - \omega_c^j),$$

де $k_{\text{ст}} \in (0, 1)$ – заданий коефіцієнт стискання, зазвичай $k_{\text{ст}} = 0,5$;

14) якщо виконується умова $F(\omega_n^j + 4) > F\left(\omega_h^j\right)$, то прийняти $\omega_h^j = \omega_{n+4}^j$ та перейти до кроку 16;

15) виконати операцію редукції вершин симплекса:

$$\omega_k^j = \omega_g^j + k_{\text{ред}}\left(\omega_k^j - \omega_g^j\right), k = \overline{1,\, n+1},$$

де $k_{\text{ред}} \in (0, 1)$ – заданий коефіцієнт редукції, зазвичай $k_{\text{ред}} = 0,5$;

16) обчислити умову завершення симплекс-пошуку:

$$\sigma_j^2 = \frac{1}{n+1}\sum_{k=1}^{n+1} F^2\left(\omega_k^j\right) - \left(\frac{1}{n+1}\sum_{q=1}^{n+1} F\left(\omega_q^j\right)\right)^2 \le \varepsilon^2,$$

де $\varepsilon > 0$ – задана точність розв’язку;

17) за невиконання умови завершення симплекс-пошуку прийняти $j = j + 1$ та перейти до кроку 4;

18) обрати оптимальний розв'язок задачі ω_{Π}, яким є найкраща вершина j або центр ваги останнього симплекса ω^j;

19) завершити оптимізацію.

З наведеного алгоритму видно, що крок 1 відповідає етапу 1 загальної схеми, кроки 2 і 3 – етапу 2, а етап 3 представлений кроком 4. Кроки 5, 6, 8 і 13 реалізують операції відбиття, розтягування та стискання (етап 4). Вибір кращої вершини та заміна нею найгіршої (кроки 7, 9–12, 14) здійснюється на етапах 5 і 6, а редукція (крок 15) – на етапі 7, кроки 16 і 17 відповідають етапу 8, а крок 18 – етапу 9.

У зв'язку зі специфікою сформульованих вище задач оптимізації НСО можна застосувати модифікований алгоритм [16] таким чином:

1) перш ніж обчислювати значення цільової функції F (3.1) у новій вершині (кроки 6 і 8) перевірити належність цієї точки до області допустимих значень (ОДЗ), зумовленої обмеженнями (2.19)–(2.20);

2) у разі, якщо така вершина отримана в результаті операції відбиття (крок 6), слід обрати найгіршу вершину ω_h^j з усіх вершин симплекса, за винятком найкращої вершини ω_g^j та тих вершин ω_k^j, за допомогою яких раніше не вдалося отримати належну до ОДЗ відбиту вершину ω_{n+2}^j і знову перейти до кроку 6;

3) якщо в результаті такого перебору вершин прийнятну відбиту вершину знайти не вдалося, перейти до виконання стискання (крок 13 при $e = h$) з вершиною ω_h^j , найгіршою із усіх вершин симплекса, в іншому разі – перейти до наступного після відбиття кроку 7;

4) якщо вершину, що не належить до ОДЗ, отримано в результаті виконання операції розтягування (крок 8), перейти до кроку 11;

5) якщо вершина, отримана в результаті виконання стискання, також не належить до ОДЗ – перейти до виконання редукції вершин симплекса (крок 15) з перевіркою нових вершин на приналежність до ОДЗ.

6) для того, щоб уникнути зациклення алгоритму через його «обертання» на місці, слід обмежити кількість ітерацій, протягом яких найкраща вершина симплекса не змінювалася визначену (з урахуванням розмірності простору пошуку) кількість разів; при досягненні мінімально можливого розміру симплекса слід врахувати це обмеження під час перевірки умови завершення оптимізації (крок 16).

Пункт 1 зменшує час оптимізації за рахунок виключення зайвих розрахунків цільової функції. Пункти 2 і 3 дають змогу «пройти» вздовж межі ОДЗ, якщо максимум функції виявився близько до неї, а сама функція є «яружною». Пункти 4 і 5 виключають операції розтягування та стискання, якщо вони виявилися неприйнятними. Пункт 6 необхідний під час пошуку поблизу оптимальної точки, де висока ймовірність зациклення.

За невеликих значень інтервалів варіювання вектора параметрів ω і наявності в його складі компонентів із дискретними значеннями пропонується обирати початковий симплекс ω^0 із мінімально можливими розмірами та не застосовувати всі операції, крім відбиття, реалізованого на кроці 6, тобто вилучити кроки 7–15 алгоритму симплекс-пошуку.

Водночас відбиття для компонентів, що приймають дискретні значення, здійснюється без розрахунків центру ваги (пропускається крок 5), а безпосередньо за такою формулою:

$$\omega_{n+2}^j = \frac{1 + k_{\text{вдб}}}{n} \left(\sum_{k=1}^{n+1} \omega_k^j - \omega_h^j \right) - k_{\text{вдб}} \omega_h^j$$

де [A] – ціла частина числа A.

Це дає змогу забезпечити цілочисельність компонентів із дискретними значеннями знайденої відбитої вершини. Слід зазначити, що можливий вибір коефіцієнта відбиття виду $k_{\text{вдб}} = (n-1)$. Однак за $n \geq 3$ слід зберегти мінімальний розмір симплекса.

У разі дискретності низки компонентів вектора ω умова завершення оптимізації матиме такий вигляд:

$$F\omega_{n+2}^j \leq F\left(\omega_h^j\right).$$

Така зміна алгоритму знизить складність його реалізації та дасть змогу зменшити витрати часу на розрахунок функції F за використання моделі (2.1)–(2.3), внаслідок чого на кожній ітерації, крім першої, буде обчислюватися лише одне значення цієї функції. Ця особливість дає змогу усунути розглянутий у підрозділі 3.1 основний недолік наявних методів.

Для ілюстрації роботи модифікованого методу Нелдера – Міда розглянемо таку задачу оптимізації:

$F(\omega) = F(x, y) = 20 - (x-1)^2 - y^2 \to \max, \quad x, y \in Z,;$

де $\omega = (x, y)$– вектор параметрів, які оптимізуються; Z – множина цілих чисел, а функція F досягає максимального значення за $\omega_{\text{П}} = (1, 0)$.

Оберімо початковий симплекс $\omega_1^0 = (2, 2), \omega_2^0 = (3, 2), \omega_3^0 = (2, 3)$.

Обчислимо значення функції: $F(2, 2) = 14, F(3, 2) = 8, F(2, 3) = 9$. Найкращою вершиною симплекса ω^0 є перша вершина, а найгіршою – друга. Отримуємо відбиту від центру ваги першої та третьої вершин симплекса вершину $\omega^0 = \left(\frac{1+1}{2} \cdot (2+2) - 1 \cdot 3, \frac{1+1}{2} \cdot (2+3) - 1 \cdot 2\right) = (1, 3)$ зі значенням функції у цій вершині $F(1, 3) = 11 > F(3, 2)$. Виконуючи далі обчислення таким чином до кінця шостої ітерації отримаємо $\omega_{\text{П}} = (1, 0)$. Схему симплекс-пошуку для цього прикладу наведено на рис. 3.4.

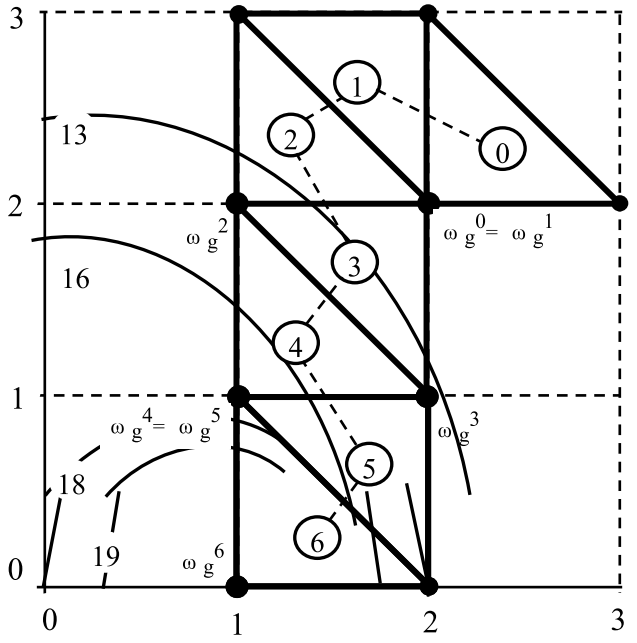

Рисунок 3.4 – Приклад симплекс-пошуку на цілочисельній решітці

Приклад використання модифікованого методу багатогранника Нелдера – Міда, що деформується, наведено в підрозділі 4.1.

3.4 Стохастичні методи оптимізації

У підрозділі розглянуто стохастичних методи оптимізації, пропоновані для оптимізації параметрів систем обслуговування: метод випадкового пошуку (алгоритм із поверненням за невдалого кроку) [17] і метод, заснований на застосуванні генетичних алгоритмів [10].

Метод випадкового пошуку (алгоритм із поверненням за невдалого кроку)

Одним із найпростіших стохастичних методів оптимізації є метод випадкового пошуку [18]. Цей метод не висуває жорстких вимог до поведінки цільової функції і є корисним під час розв'язування задач із різною розмірністю системи рівнянь (2.1).

Метод передбачає переміщення у просторі пошуку у випадково обраному напрямку та оцінювання нових розв'язків задачі. Для цього будується така послідовність:

$$\omega^{k+1} = \omega^k + \alpha_k \zeta^k, k = 0, 1, 2, ...,$$

де α_k – величина кроку у випадковому напрямку $\zeta^k = \left(\zeta_1^k, \zeta_2^k, ..., \zeta_n^k\right)$, компоненти якого характеризуються заданим законом розподілу, водночас часто використовують рівномірний розподіл на відрізку $[-1, +1]$

Однією з реалізацій методу є алгоритм випадкового пошуку з поверненням у разі невдалих кроків, що передбачає такі етапи:

1) задати ε, α_0, β, γ, R;

2) прийняти $r = 0$; задати ω^0; обчислити $F(\omega^0)$; прийняти $k = 1$

3) прийняти $r = r + 1$, $\alpha = \alpha_k$; визначити ζ^k;

4) обчислити $\omega^{k+1} = \omega^k + \alpha\zeta^k$; якщо $\omega^{k+1} \in \Omega_{\text{доп}}$, то перейти до кроку 6;

5) прийняти $\alpha = \alpha \cdot \beta$; якщо $\alpha < \varepsilon$, перейти до кроку 3, в іншому разі – до кроку 4.

6) обчислити $F\left(\omega^{k+1}\right)$; якщо $F\left(\omega^{k+1}\right) > F\left(\omega^k\right)$, то прийняти $\alpha_{k+1} = \alpha_k \cdot \gamma$, $k = k + 1$, $r = 0$ і перейти до кроку 3;

7) якщо $r < R$, то прийняти $k = k + 1$ і перейти до кроку 3;

8) обрати отриманий оптимальний розв'язок задачі $\omega_{\text{П}}$;

9) завершити оптимізацію.

Цей метод найчастіше є простим у реалізації. Це дає змогу використовувати його за відсутності додаткової інформації про поведінку цільової функції.

Приклад використання методу випадкового пошуку з поверненням наведено в підрозділі 4.3. Підрозділ 4.5 описує модифікацію методу випадкового пошуку з поверненням, яка називається методом вектора спаду і є стохастичним аналогом методу можливих напрямків.

Генетичний алгоритм

Вивчення принципів функціонування природних систем призвело до розроблення еволюційно-генетичного підходу [10, 19, 20], який дає змогу будувати алгоритми пошуку оптимального розв'язку на основі моделювання біологічних механізмів популяційної генетики – так звані генетичні алгоритми.

Генетичний алгоритм за своєю суттю є алгоритмом випадкового пошуку глобального екстремуму цільової функції, який використовує одночасний перегляд кількох розв'язків. Його рекомендують використовувати в тих випадках, коли спосіб точного розв'язання задачі невідомий або вимагає значних витрат часу та ресурсів.

Отже, у роботі цей алгоритм пропонується застосовувати під час пошуку близьких до оптимального розв'язання задач із невисокою розмірністю системи (2.1) або невідомою поведінкою цільової функції (3.1).

У зв'язку з відсутністю літератури, в якій були б чітко описані принципи та приклади реалізації таких алгоритмів, формалізуємо їхню структуру.

Основними особливостями генетичного алгоритму, що відрізняють його від інших методів оптимізації, є:

а) понятійний апарат, запозичений із популяційної генетики;

б) ідея пошуку екстремуму за допомогою одночасного перегляду кількох варіантів (колективний пошук);

в) способи представлення (кодування у вигляді хромосом) і передавання генетичної інформації (генетичні оператори);

г) ідея переважного розмноження найбільш пристосованих особин (правило репродукції Холланда).

Ґрунтуючись на працях [10, 19, 20], розглянемо етапи схеми генетичного алгоритму, наведеної на рис. 3.5.

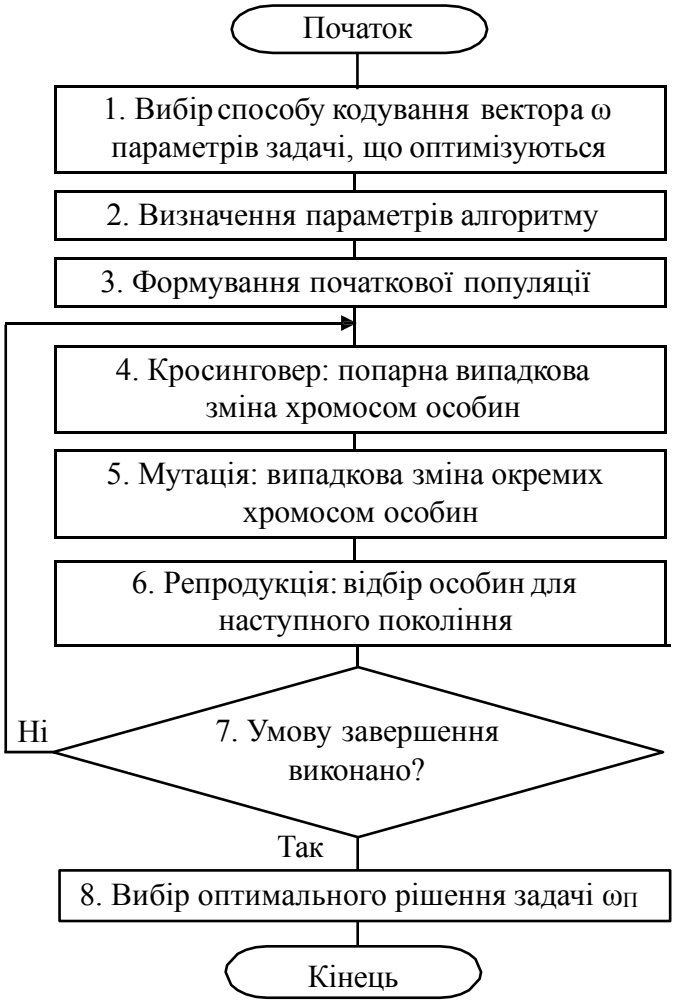

Рисунок 3.5 – Блок-схема генетичного алгоритму

Передумовою функціонування генетичного алгоритму є вибір способу представлення (кодування) простору значень параметрів, що оптимізуються. Це забезпечує реалізацію етапів алгоритму. Закодований вигляд вектора параметрів називається хромосомою.

Кожен параметр кодується певним фрагментом хромосоми, яка складається з визначеної кількості генів. Ген є елементом хромосоми, з яким працюють генетичні оператори. Ген може займати тільки певне положення в хромосомі – локус, і набувати визначених форм – алелей (рис. 3.6).

Ген 1	Ген 2	….	Ген h
Алель 1	Алель 2	….	Алель h
Локус 1	Локус 2	….	Локус h
Хромосома			

Рисунок 3.6 – Загальна структура хромосоми

Найпоширенішим способом подання варіантів розв'язання задачі у вигляді хромосом є бінарне кодування, за якого кожен параметр подається у вигляді гена, що містить упорядковану сукупність значень із множини $\{0, 1\}$, або сукупності таких генів.

Особиною в алгоритмі є окремий варіант розв'язання задачі, який характеризуються певним ступенем пристосованості. Тобто значення вектора параметрів, що оптимізуються ω, подане у вигляді хромосоми. Сукупність усіх таких особин утворює популяцію.

Гаплоїдна популяція містить одинарний набір хромосом, а диплоїдна – подвійний (від кожного з батьків по набору). У генетичному алгоритмі використовують переважно хромосоми фіксованої довжини та популяції сталої чисельності, що спрощує його реалізацію.

Популяція у визначений час утворює покоління. Хромосоми (особини) поточного покоління щодо наступного називаються батьками, а хромосоми наступного щодо поточного – нащадками.

Генетична родинність особин (тобто їхня подібність або відмінність) задається кількісно за допомогою відстані між хромосомами. Вона залежить від способу подання простору параметрів, що оптимізуються, і має зберігати взаємне розташування самих векторів-розв'язків задачі. У разі бінарного кодування розв'язків задачі зазвичай використовують код Грея, який має зазначені вище властивості.

Різноманітність особин із покоління в покоління забезпечується механізмом мінливості. Мінливість – це здатність особини набувати нових ознак. Залежно від можливості передавання цих ознак розрізняють генотипову (спадкову) і фенотипову (модифікаційну, неспадкову) мінливість.

Генетичні оператори реалізують спрощену (порівняно з діючою у природі) форму передавання генетичної інформації за допомогою генотипової мінливості особин популяції. Генотипову мінливість поділяють на комбінативну та мутаційну. Одним із механізмів, що забезпечує комбінативну мінливість, є кросинговер, мутація ж забезпечує мутаційну мінливість.

Кросинговер або схрещування – це генетичний оператор, що здійснює обмін фрагментів двох хромосом. Точку розриву хромосоми на фрагменти (точку кросинговеру) обирають випадковим чином у будь-якому місці хромосоми.

Для організації схрещування існують такі способи вибору хромосом-батьків: панміксія – випадковий вибір хромосом; інбридинг – вибір генетично схожих (близьких) хромосом; аутбридинг – вибір генетично різних хромосом; асортативне схрещування – вибір хромосом з урахуванням кількісної ознаки (фенотипу та/або ступеня їхньої пристосованості).

Приклад кросинговеру на основі бінарного кодування хромосом наведено на рис. 3.7 [20].

Ген 1	Ген 2	Ген 3	….	Ген h		Ген 1	Ген 2	Ген 3	….	Ген h
0011	1101	0101	….	1001		0011	1101	1110	….	0100
Локус 1	Локус 2	Локус 3	….	Локус h		Локус 1	Локус 2	Локус 3	….	Локус h
Ген 1	Ген 2	Ген 3	….	Ген h	Кросинговер	Ген 1	Ген 2	Ген 3	….	Ген h
1010	0001	1110	….	0100		1010	0001	0101	….	1001
Локус 1	Локус 2	Локус 3	….	Локус h		Локус 1	Локус 2	Локус 3	….	Локус h
Батьки						Нащадки				

Рисунок 3.7 – Кросинговер хромосом

Мутація – генетичний оператор, що здійснює випадкову зміну одного або декількох генів.

Залежно від ділянки впливу на хромосому (рівня виникнення) розрізняють такі види мутацій: точкова мутація – випадкова зміна частини гена; генна мутація – випадкова зміна всього гена; макромутація – генна та точкова мутація в кількох генах; хромосомна мутація – випадкова зміна структури хромосом; геномна мутація – випадкова зміна кількості хромосом (у випадку популяції нефіксованої довжини).

Прикладом макромутації є повна точкова мутація, за якої відбувається одночасна зміна всіх генів хромосоми.

Виділяють такі види хромосомних мутацій: дуплікація – подвоєння генів; делеція – випадання генів; інверсія – перестановка генів; транслокація – заміна фрагмента однієї хромосоми на іншу [19, 20]. Дуплікація та делеція можливі лише в хромосомах змінної довжини. Тому в генетичному алгоритмі переважно застосовують інверсію та транслокацію.

Приклади точкової, генної та хромосомної мутацій на основі бінарного кодування хромосом наведено на рис. 3.8 [20].

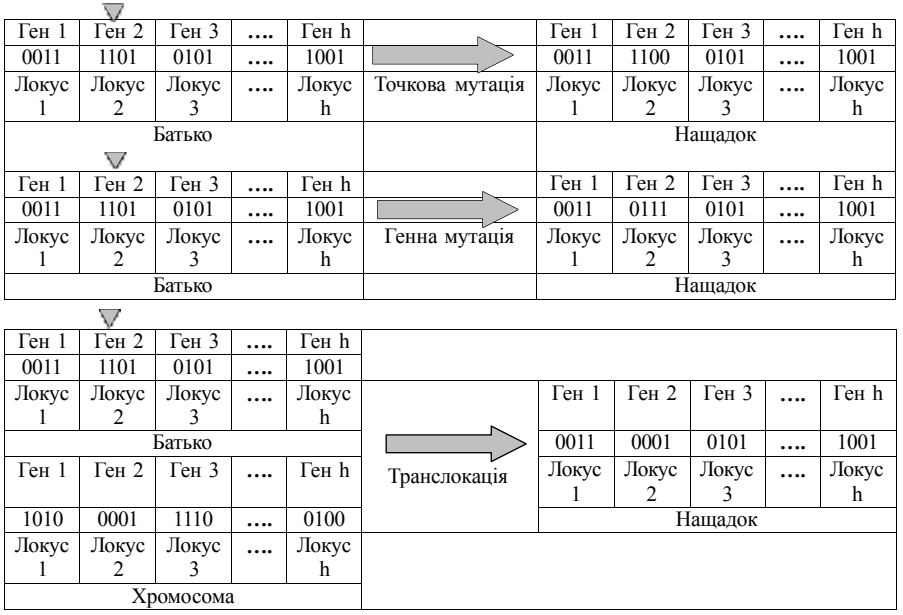

Рисунок 3.8 – Мутації хромосом

Отриманий за допомогою генетичного оператора нащадок може або замінити хромосому в популяції (одного з батьків чи випадкову хромосому), або увійти в цю популяцію. Водночас заміна або входження нащадка може визначатися ступенем його пристосованості порівняно з батьком (батьками). В результаті такого відбору нащадків формується репродукційна група – сукупність особин, із яких формуватиметься наступне покоління.

Отримання наступного покоління з поточного ґрунтується на ідеї переважного розмноження найпристосованіших особин, що є штучною версією природного відбору, і реалізується у вигляді оператора репродукції.

Ступінь пристосованості особини задається цільовою функцією, яку в біології називають функцією пристосованості особини, або фітнес-функцією.

З урахуванням цього поняття ідея переважного розмноження найпристосованіших особин формалізується у вигляді так званого правила репродукції Холланда: особини, що володіють вищим за середній у популяції рівнем пристосованості, зберігаються («виживають») і копіюються («розмножуються»), інші ж особини виключаються з популяції («вимирають»).

Формування копій хромосом також визначається їхньою функцією пристосованості. Ця процедура реалізується за допомогою колеса рулетки із секторами, розмір яких є пропорційним значенням функції пристосованості відповідних хромосом.

Генетичний алгоритм передбачає кроки, що збігаються з етапами загальної схеми [10].

1. Вибір способу кодування вектора параметрів ω. Завдання способу подання значень вектора параметрів, що оптимізуються, у вигляді хромосом.

2. Визначення параметрів генетичного алгоритму. Параметрами алгоритму є розмір популяції особин $N_{\text{поп}}$, кількість поколінь $N_{\text{пок}}$, а також параметри генетичних операторів: ймовірність кросинговеру $P_{\text{скр}}$ і ймовірність мутації $P_{\text{мут}}$, що визначають для кожної популяції кількість пар хромосом, що схрещуються $N_{\text{скр}}$ та кількість хромосом, що мутують $N_{\text{мут}}$.

3. Формування початкової популяції. Початкова популяція може бути згенерована випадковим чином або сформована з розв'язків задачі іншими методами.

4. Схрещування хромосом особин. Визначення кількості схрещувань. Вибір батьків для схрещування. Проведення схрещування хромосом.

5. Мутація хромосом особин. Визначення кількості мутацій. Вибір батьків для мутацій. Здійснення мутації хромосом.

6. Репродукція особин. Формування репродукційної групи. Обчислення ступеня пристосованості нових особин. Визначення хромосом нового покоління за правилом репродукції Холланда.

7. Перевірка умови завершення процесу еволюції. Якщо умова не виконана, то слід перейти до кроку 4. Умовою завершення процесу може бути: досягнення заданої кількості поколінь, отримання певної кількості родинних або однакових особин, а також будь-яка комбінація наведених вище умов.

8. Вибір оптимального розв'язку задачі. Особина з найбільшою пристосованістю визначає оптимальний розв'язок поставленої задачі.

9. Завершення оптимізації. Для розв'язку конкретної задачі оптимізації відповідно до її особливостей за наведеною вище схемою розробляється генетичний алгоритм із параметрами, що задаються ОПР.

У роботі пропонується модифікація генетичного алгоритму, що має вказані нижче особливості [21].

1. Хромосомами особин є самі значення (тобто особини) вектора параметрів ω, що оптимізуються, зокрема:

– кожна особина $\omega_k, \overline{k = 1,\ N_{\text{поп}}}$ є конкретним значенням вектора $(\omega_{k1}, \omega_{k2}, ..., \omega_{kn})$, компоненти якого у цьому разі є генами, а популяцією $\omega^j, \overline{j = 1,\ N_{\text{пок}}}$ є впорядкована за зростанням значень цільової функції $F(\omega)$ сукупність таких особин $\left(\omega_1^j, \omega_{j_2}, ..., \omega_{N_{\text{поп}}}^j\right)$;

– для компонентів вектора ω, що набувають дійсних значень, застосовуються наведені нижче формули, а для цілочисельних компонентів ці формули слід доповнити операцією отримання цілої частини $[A]$ числа A.

2. Схрещування здійснюється таким чином:

– число схрещувань визначається так:

$$N_{\text{скр}} = \Big[\text{Rnd}\big(n_{\text{скр}} - m_{\text{скр}}, n_{\text{скр}} + m_{\text{скр}} + 1\big)\Big],$$

де $n_{\text{скр}} = \Big[N_{\text{поп}} \cdot P_{\text{скр}}\Big]$, $m_{\text{скр}} = \left[\left(n_{\text{скр}}\right)^{\frac{1}{2}}\right]$, $\text{Rnd}(x, y)$ – функція, що є реалізацією випадкової величини, рівномірно розподіленої на відрізку $[x, y]$;

– особини-батьки ω_a^j , і ω_b^j , обираються на основі панміксії

$$a = [\text{Rnd}(0, N_{\text{поп}})], \quad b = [\text{Rnd}(0, N_{\text{поп}})], \quad a \neq b;$$

– особини-нащадки ω_g^j і ω_h^j, які замінюють у популяції своїх батьків ω_a^j , і ω_b^j, обчислюються за такими формулами:

$$\omega_{gi}^j = \begin{cases} \text{Rnd}\big(\omega_{ci}^j, \omega_{bi}^j\big), \omega_{ai}^j < \omega_{bi}^j \\ \text{Rnd}\big(\omega_{ai}^j, \omega_{ci}^j\big), \text{інакше} \quad i = \overline{1,\ \text{n}} \end{cases}$$

$$\omega_{hi}^j = \begin{cases} \text{Rnd}\big(\omega_{ai}^j, \omega_{ci}^j\big), \omega_{ai}^j < \omega_{bi}^j \\ \text{Rnd}\big(\omega_{ci}^j, \omega_{bi}^j\big), \text{інакше} \quad i = \overline{1,\ \text{n}} \end{cases}$$

де $\omega_{ci}^j = \frac{(\omega_{ai} + \omega_{bi})}{2}, i = \overline{1,\ \text{n}}$.

3. Мутація відбувається у такий спосіб:

– кількість мутацій визначається так:

$$N_{\text{мут}} = \Big[\text{Rnd}\ \big(n_{\text{мут}} - m_{\text{мут}}; n_{\text{мут}} + m_{\text{мут}} + 1\big)\Big],$$

де $n_{\text{мут}} = \Big[N_{\text{поп}} \cdot P_{\text{мут}}\Big]$, $m_{\text{мут}} = \left[\left(n_{\text{мут}}\right)^{\frac{1}{2}}\right]$

– особина-батько ω_a^j обирається випадковим чином:

$$a = [\text{Rnd}(0, N_{\text{поп}})],$$

– особина-нащадок ω_b^j , яка замінює в популяції свого батька ω_a^j, обчислюється за результатами генної мутації:

$$i = [\text{Rnd}(0, n)], \quad \omega_{bi}^j = [\text{Rnd}(\omega_0' i, \omega_0'' i)],$$

де $\omega_0' i$ і $\omega_0'' i$ – відповідно мінімальне і максимальне значення i-го компонента вектора параметрів ω, що визначають область допустимих значень цього компонента.

4. Репродукція виконується в такий спосіб:

– репродукційну групу утворює поточне покоління, в якій особини, використані як батьки, замінені відповідними нащадками;

– для отриманих внаслідок схрещування і мутації нащадків виконується розрахунки цільової функції, потім отриману групу впорядковують за спаданням відповідних значень цільової функції;

– визначається k-а особина нової $(j+1)$-ї популяції, $k = \overline{1,\ N_{\text{поп}}}$, яка обирається, дорівнює q-й особині поточної j-ї популяції за правилом

$$\omega_k^{j+1} = \omega_q^j : \sum_{i=1}^{q} F\left(\omega_i^j\right) > \text{Rnd}(0,1) \cdot \sum_{i=1}^{N_{\text{поп}}} F\left(\omega_i^j\right), \quad k, q = \overline{1,\ N_{\text{поп}}}.$$

5. Умовою завершення роботи алгоритму є досягнення покоління з номером $N_{\text{пок}+1}$.

Приклад використання алгоритму наведено у підрозділі 4.5.

3.5 Методика й технологія адаптивного управління нестаціонарними системами обслуговування

Методика адаптивного управління

Адаптація системи обслуговування в широкому сенсі – це процес цілеспрямованої зміни параметрів і структури системи, який полягає у визначенні критеріїв її функціонування та виконанні цих критеріїв [22, 23]. Часто адаптацію трактують як різновид управління в умовах невизначеності зовнішнього середовища і самої системи, яка зумовлена незнанням перешкод, що діють на систему, і визначенням моделі системи з точністю до деяких параметрів [24].

Залежно від рівня управління системою розрізняють наведені нижче види адаптивного управління [25].

1. Параметрична адаптація – це коригування й налаштовування параметрів моделі, що тісно пов'язане з ідентифікацією – визначенням параметрів у режимі функціонування системи. Крім того, в управління можуть уводитися спеціальні тестові сигнали для отримання додаткової інформації про систему та уточнення моделі, що вимагає розв'язання задачі планування експерименту. Таке адаптивне управління називається дуальним (двоїстим), оскільки воно водночас забезпечує досягнення двох цілей – управління системою та адаптацію моделі.

2. Структурна адаптація – це корекція структури моделі. Виокремлюють альтернативну та еволюційну адаптацію. Крім того, за параметризації структури моделі можливе використання апарата параметричної адаптації.

3. Адаптація об'єкта – це зміна системи на основі перегляду її меж та умов зовнішнього середовища.

4. Адаптація цілей управління – це зміна вимог особи, що приймає рішення, до системи для досягнення поставлених цілей.

Усі види адаптивного управління забезпечують досягнення системою визначених ОПР цілей, однак кожен наступний вид потребує значно більше часу (на кілька порядків), ніж попередній.

Запропонована методика належить до виду параметричної адаптації. Схему методики адаптивного управління на одному кроці функціонування системи наведено на рис. 3.9 [26].

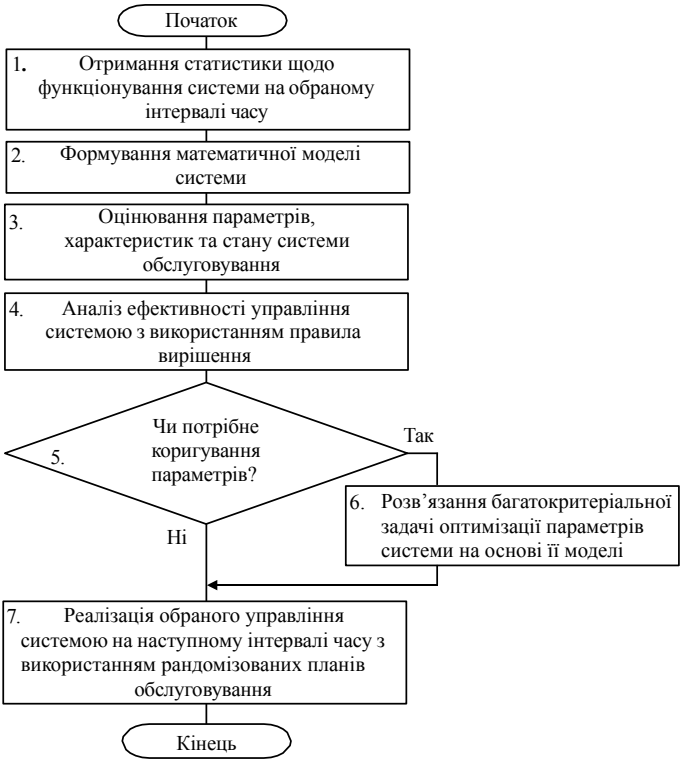

Рисунок 3.9 – Алгоритм адаптивного управління

Слід зазначити, що розглянуте адаптивне управління є дуальним, оскільки рандомізовані плани обслуговування також забезпечують отримання статистики про функціонування системи.

Поняття рандомізованого плану обслуговування і формулювання вирішального правила наведено нижче на прикладі нестаціонарної СМО.

Рандомізовані плани обслуговування

Функціонування значної кількості організаційно-технічних систем обслуговування описується із залученням формалізму диференціальних рівнянь Колмогорова [27, 28, 29].

Розглянемо випадок, коли необхідно оптимізувати кількість обслуговувальних пристроїв M різного типу та інтенсивність їх обслуговування – вектор μ.

У цьому разі задача оптимізації (2.17), (2.18), (2.1)–(2.3), сформульована в підрозділі 2.1, записується для таких систем так [15]:

$$K = (K_1, K_2, ..., K_m) \to \max_{m,M}, \tag{3.3}$$

$$\frac{dp}{dt} = \varphi(p, \lambda, \mu, M), \tag{3.4}$$

$$\sum_{i=1}^{n} p_i(t), 0 \le t \le T, \tag{3.5}$$

$$p(0) = p^0, \tag{3.6}$$

$$\psi(p(0), p(T), \lambda, \mu, M) \le 0, \tag{3.7}$$

$$M \in \{M', M' + 1, ..., M'\}, \tag{3.8}$$

де $p(t)$ – вектор-функція ймовірностей станів, у яких може перебувати розглянута система; λ – вектор інтенсивностей вхідних потоків заявок; μ – вектор інтенсивностей обслуговування заявок; M – кількість обслуговувальних пристроїв різних видів.

Компоненти вектора критеріїв (3.3) зазвичай є математичними сподіваннями різних характеристик системи обслуговування (середня кількість зайнятих приладів, середня довжина черги заявок тощо) [15] і в цьому разі набувають такого вигляду:

$$K_j = f_j(p(0), p(T), \lambda, \mu, M), \quad j = 1, m. \tag{3.9}$$

Вирази (3.7)–(3.8) встановлюють обмеження під час пошуку оптимальних значень векторів μ^0 іM^0.

Як описано в розділі 3, задача векторної оптимізації (3.3)–(3.8) розв'язується шляхом максимізації лінійної згортки критеріїв (3.9):

$$F(\xi, \mu, M) = \sum_{j=1}^{m} \xi_j K_j \to \max_{\mu, M} \tag{3.10}$$

з різними значеннями коефіцієнтів ξ_j , що задовольняють такі умови:

$$0 \le \xi_j \le 1, \quad j = \overline{1,\, m}, \quad \sum_{j=1}^{m} \xi_j = 1. \tag{3.11}$$

Розв'язання задачі (3.10), (3.4)–(3.8) здійснюється за допомогою одного із запропонованих у цьому розділі методів скалярної оптимізації.

Вибір конкретного варіанта оптимальних за Парето значень векторів μ^0 і M^0 здійснюється ОПР шляхом визначення компонентів вектора згортки $\xi^0 = (\xi_1^0, \xi_2^0, ..., \xi_m^0)$, які описують прийнятний для нього компроміс між значеннями критеріїв (3.9). Для обраного варіанта оптимальних параметрів значення функції згортки позначимо так:

$$F_0 = \sum_{j=1}^{m} \xi_j^0 K_j^0, \qquad \text{де } K_j^0 = f^j(p(0), p(T), \lambda, \mu^0, M^0), j = 1, m. \tag{3.12}$$

Система диференціальних рівнянь (3.4) побудована за припущенням про пуассонівський характер вхідних потоків заявок та показовий закон розподілу часу їх обслуговування.

Компоненти вектора для цієї системи визначаються за формулою:

$$\mu_s = \frac{1}{T_s}, \quad s = \overline{1,\, M},$$

де T_s – математичне очікування витрат часу на обслуговування заявок s-м приладом.

Із цього виразу випливає, що за оптимального значення інтенсивності прилад s має витрачати на обслуговування кожної заявки в середньому $T_s^0 = \frac{1}{\mu_s^0}$ одиниць часу ($s = \overline{1,\ M}$).

Під час практичної реалізації оптимальних параметрів постає питання про вибір конкретних значень витрат часу на обслуговування кожної заявки, що надійшла в систему. Для адекватності застосовуваної моделі (3.3)–(3.8) ці витрати мають бути реалізаціями випадкових величин, розподілених за показовими законами з параметрами T_s^0, $s = \overline{1,\ M}$.

Введемо поняття рандомізованих оптимальних планів обслуговування, що враховують цю вимогу.

Відомо [30], що вибірку $t_{s1}, t_{s2}, ..., t_{sN}$ випадкових чисел, розподілених за показовими законами, можна отримати шляхом таких перетворень рівномірно розподілених випадкових чисел $\zeta \in (0, 1)$:

$$t_{sk} = -T_s^0 \ln(1 - \zeta_k), \quad k = \overline{1,\ N}, \quad s = \overline{1,\ M}, \tag{3.13}$$

де N визначається найбільш імовірною кількістю заявок, що можуть надійти в систему на інтервалі часу $[0, T]$.

Рандомізованим планом обслуговування заявок s-м приладом називається впорядкована за зростанням така вибірка значень t_{sk}:

$$\Pi_s = \left\{ t_{sk} \mid k = \overline{1,\ N} \right\}. \tag{3.14}$$

З неї прилад обирає найбільш прийнятні значення витрат часу на обслуговування кожної заявки. Таким чином можна визначити інтервал $[t_{s1}, t_{sN}]$ значень часу, які прилад має витрачати на обслуговування заявок.

Під час практичного застосування таких інтервалів за великих значень N виникає невизначеність у виборі конкретних витрат часу на обслуговування заявок.

Для спрощення роботи з рандомізованими планами вважатимемо, що для всіх заявок, які обслуговуються s-м приладом на інтервалі часу $[0, T]$, відомо відсоткову частку у складі таких груп заявок: «швидкі» (вимагають незначних витрат часу на обслугову-

вання); «середні» (обслуговування яких вимагає середніх витрат часу); «тривалі» (обслуговуються зі значними витратами часу).

Позначимо частки цих груп заявок величинами $q_{s\text{Б}}$, $q_{s\text{С}}$ і $q_{s\text{Д}}$ так, що $q_{s\text{Б}} > q(s_{\text{С}}) > q(s_{\text{Д}})$. Виокремимо у складі множини (3.14) три підмножини витрат часу на обслуговування введених вище груп заявок. Для цього обчислимо в її складі такі номери елементів:

$$N_{sB} = \left[\frac{q_{sB}}{100}N^u\right], \quad N_{sC} = \left[\frac{q_{sB}+q_{sC}}{100}N^u\right]$$

де [A] – ціла частина числа A.

Тоді рандомізовані плани обслуговування введених вище груп заявок s-м приладом визначаються такими множинами:

$$\Pi_{s\text{Б}} = \{t_{s1}, t_{s2}, ..., t_{sN}\}, \tag{3.15}$$

$$\Pi_{s\text{С}} = \left\{t_s(N_{s\text{Б}}+1), t_{s(N_{s\text{Б}}+2)}, ..., t_{sN_{s\text{С}}}\right\}, \tag{3.16}$$

$$\Pi_{s\text{Д}} = \left\{t_{s(N_{s\text{Д}}+1)}, t_s\left(N_{s\text{Д}}+2\right), ..., t_{sN_s}\right\}. \tag{3.17}$$

Схему практичного застосування рандомізованих планів (3.15)–(3.17) обслуговування подано на рис. 3.10.

Детальний алгоритм передбачає реалізацію таких етапів [31]:

1) аналіз заявки, що надійшла на обслуговування, і включення її до однієї з розглянутих груп;

2) вибір у відповідній множині зі складу (3.15)–(3.17) необхідного значення витрат часу t_{sk} на обслуговування заявки;

3) обслуговування заявки з мінімально можливими відхиленнями фактичних витрат від їх запланованого значення t_{sk};

4) вилучення використаного значення t_{sk} зі складу відповідної множини (3.15)–(3.17);

5) повернення до кроку 1 (до закінчення роботи системи).

Рандомізовані плани обслуговування формуються за умови реалізації обраного управління (етап 7), натомість вони використовуються під час збору статистики щодо функціонування системи (етап 1).

Очевидно, що відхилення фактичних витрат часу на обслуговування заявок від запланованих значень перетворює значення критеріїв (3.9) на випадкові величини. Крім того, у процесі

функціонування системи обслуговування на неї діє значна кількість випадкових чинників, які також зумовлюють відхилення фактичного значення вектора критеріїв (3.3) від обраного особою, яка приймає рішення, оптимального значення $K^0 = (K_1^0, K_2^0, ..., K_m^0)$.

Для відновлення ефективної роботи системи потрібно знайти нові значення векторів μ^0 і M^0 шляхом повторного розв'язання задачі оптимізації (3.3)–(3.8) за фактичних значень вектора інтенсивностей вхідних потоків $\lambda_ф$ та вектора початкових умов, що входять до правих частин виразу (3.6).

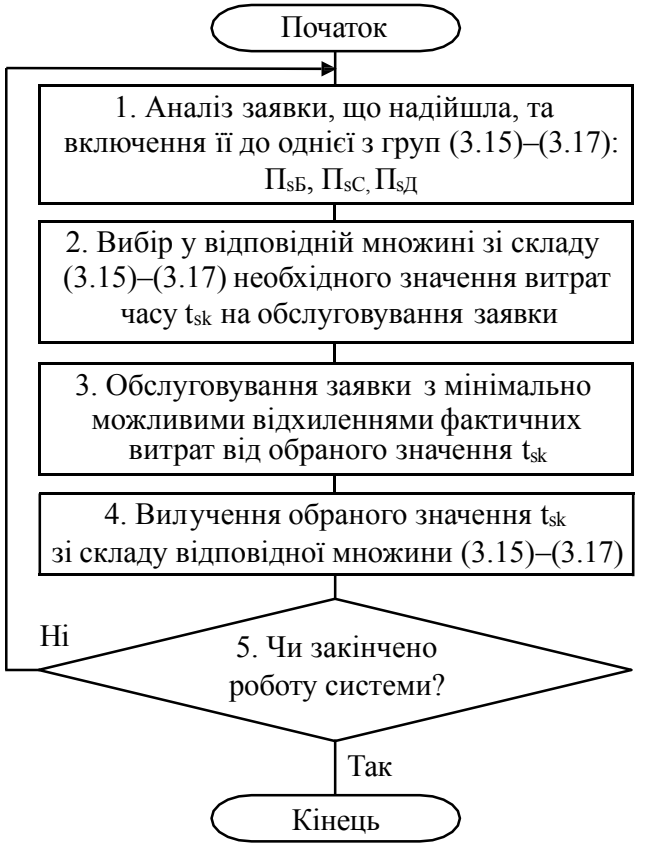

Рисунок 3.10 – Схема використання рандомізованих планів обслуговування

Вирішальне правило методики адаптивного управління

Сформулюємо вирішальне правило для визначення моментів часу коригування отриманих раніше оптимальних характеристик системи μ^0 і M^0.

Розглянемо сукупність напівінтервалів $[\tau_0, \tau_1)$, $[\tau_1, \tau_2)$, ..., $\left[\tau_{j-1}, \tau_j\right)$ таких, що $\tau_0 = 0, \tau_j = T$. Тривалість цих напівінтервалів, протягом яких проводиться спостереження за функціонуванням системи, визначається таким чином, щоб забезпечити достатній обсяг статистичних даних про фактичні значення вектора критеріїв $\tilde{K}$, а також вихідних показників для оцінювання векторів $\tilde{\lambda}$ та $\tilde{p}(t)$.

Оберемо довільний напівінтервал часу $[\tau_r, \tau_{r+1}) \subset [0, T]$ і припустимо, що в результаті R спостережень отримано вибірки $\left(K_{j1}^{r+1}, K_{j2}^{r+1}, K_{jR}^{r+1}\right)$ фактичних значень критерію $K_j, j = \overline{1,\, m}$. Статистичні середні значення цих критеріїв визначаються так:

$$\tilde{K}_j^{r+1} = \frac{1}{R} \sum_{i=1}^{R} K_{ji}^{r+1}, \quad j = \overline{1,\, m}. \tag{3.18}$$

Зауважимо, що за відсутності можливості прямих вимірювань значень $\tilde{r} + 1$ критеріїв величини $K_j, j = \overline{1,\, m}$, можуть бути визначені за формулою (3.9) із використанням статистичних оцінок відповідних аргументів.

Середнє значення згортки критеріїв за обраного раніше ОПР вектора ξ^0 з урахуванням цього виразу обчислюється за формулою:

$$\tilde{F}_{r+1} = \frac{1}{R} \sum_{j=1}^{m} \xi_j^0 \sum_{i=1}^{R} K_{ji}^{r+1}. \tag{3.19}$$

Порівняння значень (3.12) і (3.19) з метою аналізу можливого погіршення ефективності роботи системи не має сенсу, оскільки оцінка є випадковою величиною. Проведемо такий аналіз із використанням поняття довірчого інтервалу для оцінювання отриманого математичного сподівання $\tilde{F}_{r+1}$ згортки критеріїв (3.10).

За визначенням [30], це буде інтервал $J = (F_{r+1}^-, F_{r+1}^+)$ такий, що $P\{F_{r+1}^- < F_{r+1} < F_{r+1}^+\} = \gamma$, де γ – обране значення довірчої

ймовірності. Зазначимо, що межі F_{r+1}^{-} і F_{r+1}^{+} певним чином залежать від значень оцінок (3.18).

Розглянемо побудову довірчого інтервалу $J_{(r+1),\gamma}$ відповідно до роботи [30]. За такий інтервал візьмемо випадковий інтервал:

$$J_{(r+1),\gamma} == \left(F_{r+1}^{-}, F_{r+1}^{+}\right) = \left(\tilde{F}_{r+1} - \varepsilon, \tilde{F}_{r+1} + \varepsilon\right) \qquad (3.20)$$

який з імовірністю γ накриє точку $K^0 = \left(K_1^0, K_2^0, ..., K_m^0\right)$. Цю вимогу можна переписати так:

$$P\left\{\mid F_{r+1} - \tilde{F}_{r+1}\mid < \varepsilon\right\} = \gamma$$

Вважатимемо, що за рахунок значної кількості випадкових чинників, які діють на систему, величина $\tilde{F}_{r+1}$ буде розподілена за нормальним законом.

Тоді останнє відношення набуде такого вигляду:

$$2F\left(\frac{\cdots}{\sigma_F}\right) = \gamma$$

де $F(z)$ – функція Лапласа; σ_F – середньоквадратичне відхилення оцінки $\tilde{F}_{r+1}$

Розв'язуючи це рівняння, отримуємо, що

$$\varepsilon = \sigma_F \arg F\left(\frac{\gamma}{2}\right). \qquad (3.21)$$

Для визначення статистичної оцінки $\tilde{\sigma}_F$ середньоквадратичного відхилення σ_F попередньо обчислимо оцінювання дисперсії критеріїв K_j

$$\tilde{\sigma}_J^2 = \frac{1}{R} - 1\sum_{i=1}^{R}\left(K_{ji}^{r+1} - \tilde{K}^{r+1}\right)2, \quad j = \overline{1,\, m}. \qquad (3.22)$$

Припускаючи, що оцінки критеріїв (3.18) є незалежними випадковими величинами, і, використовуючи відомий вираз для дисперсії лінійної комбінації випадкових величин [30], запишемо формулу для оцінки середньоквадратичного відхилення згортки критеріїв F:

$$\tilde{\sigma}_F = \frac{\left(\sum_j^m = 1\xi_j^2\tilde{\sigma}_j^2\right)^1}{2}. \qquad (3.23)$$

Ця оцінка використовується замість невідомого значення середньоквадратичного відхилення σ_F у формулі (3.21).

Отже, межі довірчого інтервалу (3.20) розраховуються за допомогою виразів (3.8), (3.19), (3.21)–(3 23).

Нехай F^0_{r+1} – значення згортки критеріїв, отримане під час розв'язання задачі (3.3)–(3.8) на напівінтервалі $[\tau_r, \tau_{r+1})$. Можливі випадки взаємного розташування цього значення відносно довірчого інтервалу $J_{(r+1),\gamma}$ подано на рис. 3.11.

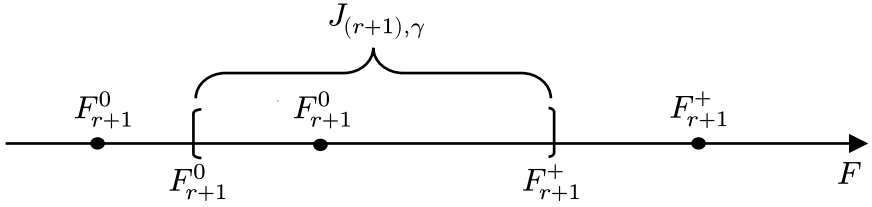

Рисунок 3.11 – Варіанти розташування значення функції згортки F^0_{r+1} відносно довірчого інтервалу $J_{(r+1),\gamma}$

Тоді під час практичної реалізації методики адаптивного управління системою обслуговування пропонується використовувати вирішальне правило, наведене нижче.

Якщо за результатами спостережень за функціонуванням системи на інтервалі часу $[\tau_r, \tau_{r+1})$ має місце нерівність

$$F^0_{r=1} > F^+_{r+1}, \tag{3.24}$$

то це означає, що фактичні значення критеріїв оптимальності системи погіршилися. В такому разі проводиться повторне розв'язання задачі (3.3)–(3.8) з фактичними значеннями векторів інтенсивностей вхідних потоків $\tilde{\lambda}_{r+1\mathrm{i}}$ початкових умов $p(0) = \tilde{p}(\tau_{r+1})$ для визначення векторів μ^0_{r+1} і M^0_{r+1}. Особа, що приймає рішення, обирає оптимальні значення векторів із множини отриманих оптимальних за Парето розв'язків. Для реалізації на наступному інтервалі часу $[\tau_{r+1}, \tau_{r+2})$ оптимального вектора використовуються рандомізовані плани (3.14) або (3.15)–(3.17).

Під час виконання нерівності

$$F^0_{r+1} < F^-_{r+1} \tag{3.25}$$

робиться висновок про те, що зниження ефективності роботи системи на інтервалі часу $[\tau_r, \tau_{r+1})$ не відбулося і необхідність у коригуванні результатів розв'язку задачі (3.3)–(3.8) відсутня. В такому разі на наступному інтервалі часу $[\tau_{r+1}, \tau_{r+2})$ використовуються раніше знайдені значення μ_r^0 і M_r^0.

Якщо виконується умова

$$F_{r+1}^- < F_{r+1}^0 < F_{r+1}^+ \qquad (3.26)$$

то питання про коригування раніше використаних значень параметрів μ_r^0 і M_r^0 системи вирішується ОПР.

Вирішальне правило використовується для аналізу ефективності управління системою.

Близькою до розглянутої є проблема знаходження оптимальних моментів часу для точок контролю проєкту, розглянута в роботі [32].

Інформаційна технологія адаптивного управління

Інформаційну технологію адаптивного управління системами обслуговування розглянуто в роботах [33, 34] і подано на рис. 3.12, де БД – база даних.

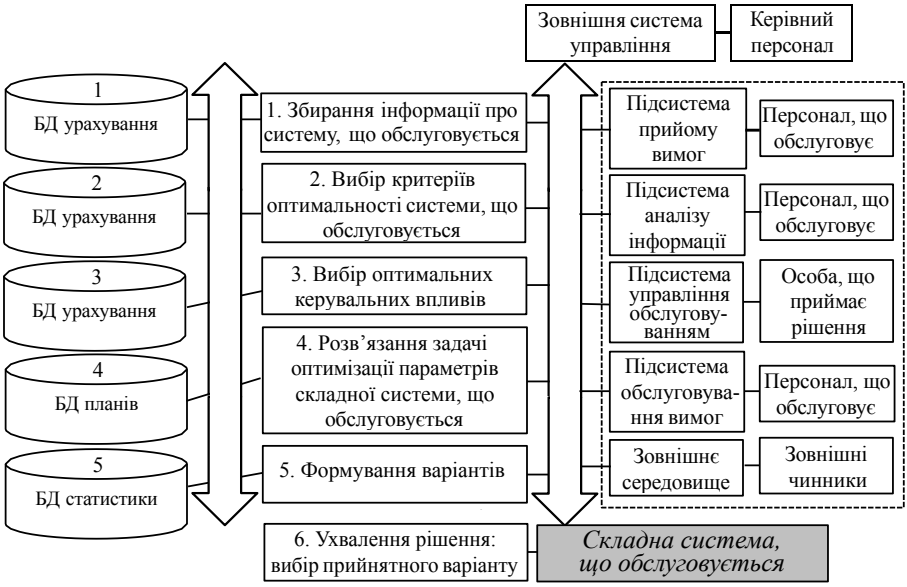

Рисунок 3.12 – Інформаційна технологія адаптивного управління

Запропонована технологія містить бази даних, процедури опрацювання інформації, підсистеми технологій, а також персонал, що керує підсистемами. Взаємодія між процедурами і БД здійснюється за допомогою інформаційного каналу зв'язку, а між підсистемами і процедурами – за допомогою керувального каналу. Розглянемо детальніше компоненти цієї інформаційної технології.

Складники інформаційної технології:

– БД обліку вимог призначена для зберігання даних про вхідні потоки вимог для контролю зміни їхніх характеристик;

– БД обліку стану складних систем, що обслуговуються (ССО), містить інформацію про функціонування системи, з якої надходять вимоги (заявки);

– БД обліку стану узагальненої системи обслуговування (УСО) призначена для збирання інформації про функціонування системи;

– БД планів обслуговування містить рандомізовані плани обслуговування;

– БД статистики обслуговування використовується для зберігання інформації про процес обслуговування з метою аналізу узагальненої системи обслуговування (УСО).

Інформаційна технологія містить такі процедури опрацювання інформації:

1) збирання інформації про вимоги, що надходять в УСО, та про стан ССО в цілому;

2) вибір критеріїв оптимальності (2.18) ССО із загальної множини зовнішніх і внутрішніх критеріїв;

3) вибір оптимальних керувальних впливів – параметрів системи, що обслуговується, за допомогою яких можна змінити її стан;

4) розв'язання задачі оптимізації (2.18)–(2.20), (2.1)–(2.3) параметрів системи, що обслуговується, за обраними критеріями оптимальності;

5) формування варіантів керувальних впливів $\Omega_{\text{П}}$ – отриманих розв'язків задачі оптимізації (2.18)–(2.20), (2.1)–(2.3);

6) ухвалення рішень: вибір прийнятного варіанта з урахуванням чинників, що не формалізуються та важко формалізуються.

Ці процедури реалізуються у складі відповідних підсистем УСО, описаних у підрозділі 1.3.

На основі запропонованої інформаційної технології розробляються приватні інформаційні технології адаптивного управління конкретними системами обслуговування, а також відповідне програмне та інформаційне забезпечення. Водночас процедури опрацювання інформації реалізуються у складі програмного забезпечення як окремі модулі відповідних підсистем УСО. Взаємодія процедур між собою і з базами даних здійснюється головним модулем, що забезпечує зв'язок між підсистемами. Головний модуль реалізує інформаційний і керувальний канали зв'язку.

ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 3

1. Спираючись на сформульовані в розділі 2 моделі та результати розв'язання практичних задач, запропоновано класифікацію методів оптимізації систем обслуговування, розглянутих в роботі. Системний аналіз моделей і методів показав, що вибір раціонального методу оптимізації залежить передусім від таких параметрів задачі оптимізації системи обслуговування: розмірність моделі, що утворюється, та наявність дискретних компонентів у складі вектора параметрів, які оптимізуються.

2. Запропоновано та обґрунтовано такі математичні методи оптимізації параметрів нестаціонарних систем обслуговування: діалоговий метод спрямованого пошуку, модифікований метод багатогранника Нелдера – Міда, що деформується, метод випадкового пошуку з поверненням за невдалого кроку та метод, що використовує генетичні алгоритми. Визначено умови їх практичного застосування.

3. Сформульовано алгоритм формування рандомізованих планів обслуговування для реалізації оптимальних середніх значень тривалості обслуговування. Алгоритм можна узагальнити для реалізації оптимальних середніх значень будь-яких величин.

4. Сформульовано вирішальне правило для визначення необхідних моментів коригування реалізованого оптимального розв'язку та отримання результатів, що відповідають зміненим умовам функціонування системи.

5. Розроблено методику та інформаційну технологію адаптивного управління системами обслуговування на основі поняття узагальненої системи обслуговування, введеного в підрозділі 1.3.

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ ДО РОЗДІЛУ 3

1. Ладієва Л. Р. Дослідження операцій в системах керування : навч. посіб. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського. 2025, 109 с.

2. Кондрук Н. Е., Маляр М. М. Багатокритеріальна оптимізація лінійних систем : навч. посіб. Ужгород : АУТДОР-ШАРК, 2019. 76 с.

3. Косолапов А. А. Аналітичні моделі масового обслуговування в задачах проєктування інформаційних систем : навч.-довід. посіб. Дніпро : LikePrint, ФОП Гечка Т. О., 2015. 186 с.

4. Гамалій В. Ф., Сотніков В. С., Вишневська В. А., Жовновач Р. І., Загреба М. М. Математичні моделі в маркетингу та менеджменті: навч. посіб. Кропивницький : Центральноукраїнський національний технічний університет, 2017. 136 с.

5. Сікора Я. Б., Щехорський А. Й., Якимчук Б. Л. Методи оптимізації та дослідження операцій : навч. посіб. Житомир : Вид-во ЖДУ ім. Івана Франка, 2019. 148 с.

6. Кісельова О. М., Шевельова А. Є. Чисельні методи оптимізації : навч. посіб. Донецьк : Вид-во ДНУ, 2008. 208 с.

7. Яровий А. Т., Страхов Є. М., Васильєв О. Б. Методи оптимізації : навч. посіб. Одеса : Одес. нац. ун-т ім. І. І. Мечникова, 2025. 152 с.

8. Перестюк М. О., Станжицький О. М., Капустян О. В. Задачі оптимального керування : навч. посіб. Київ : ТВіМС, 2004. 55 с.

9. Глушик М. М., Копич І. М.. Пенцак О. С., Сороківський В. М. Математичне програмування : навч. посіб. Львів : Новий Світ-2000, 2005. 216 с.

10. Кононюк А. Ю. Нейроні мережі і генетичні алгоритми Київ : Корнійчук, 2008. 446 с.

11. Панченко С. В., Медиченко М. П., Лисечко В. П. Методи оптимізації та моделювання : навч. посіб. Харків : УкрДАЗТ, 2015. Ч. 1. 128 с.

12. Пересада С. М. Оптимальне управління та багатокритеріальна оптимізація. Київ : Наукова думка, 2019. 280 с.

13. Морозов О.О. Багатокритеріальна оптимізація складних організаційно-технічних систем за умови невизначеності інформації. *Збірник наукових праць Академії внутрішніх військ МВС України.* 2013 № 1 (21). С. 36–40.

14. Кузнецов О. М. Моделі M(t)/M(t)/1 та діалогові методи пошуку оптимальних параметрів. *Збірник наукових праць КНУ.* 2022. № 4. С.101–109.

15. Гриценко І. В., Козловський В. М. Чисельні експерименти з модифікованим методом Нелдера–Міда. *Вісник ХНУРЕ.* 2023. № 2. С. 45–53.

16. Савчук О. В., Ткаченко Р. П. Алгоритми модифікованого спрямованого пошуку у системах з нестаціонарними потоками. *Вісник НТУ «ХПІ».* 2024. № 3. С.77–84.

17. Кузнецов О. М. Застосування модифікованого випадкового пошуку у нестаціонарних системах обслуговування. *Збірник наукових праць КНУ.* 2022. № 4. С. 101–109.

18. Бейко І. В., Зінько П. М., Наконечний О. Г. Задачі, методи і алгоритми оптимізації : навч. посіб. Рівне : НУВГП, 2011. 624 с.

19. Пиріг Я., Климаш М., Пиріг Ю., Лаврів О. Генетичний алгоритм як засіб розв'язання оптимізаційних задач. *Information and communication technologies, electronic engineering.* 2023. № 2. С. 95–107.

20. Боярчук О. Д., Грановський О. Е., Грищук А. В. Генетика з основами селекції : навч. посіб. Миргород : ДЗ «Луганський національний університет імені Тараса Шевченка», 2023. 188 с.

21. Алгоритми оптимізації параметрів систем метрологічного обслуговування складних вимірювальних систем: звіт про НДР (заключний) / Науковий метрологічний центр (військових еталонів) МО України; наук. кер. О. О. Морозов; відп. викон. А. Б. Чернов: [та ін.]. Шифр теми 04/02. № 37. Харків, 1999. 186 с.

22. Растригин, Л. А. Адаптация сложных систем. Рига : Зинатне, 1981. 375 с.

23. Шитікова О. В., Табунщик Г. В., Лавренко В. А. Модельно-орієнтований фреймворк адаптивно-предикативного обслуговування складних технічних систем. *Вісник НУ «Запорізька політехніка».* 2006. № 3. С. 45–56.

24. Пересада С. М., Ковбаса С. М., Ніконенко Є. О. Теорія адаптивного та робастного керування : навч. посіб. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. 156 с.

25. Мовчан А. П., Степанець О. В. Адаптивні та параметрично-оптимальні системи управління : навч. посіб. Київ : НТУУ «КПІ», 2011. 312 с.

26. Савчук В. О., Литвиненко І. В. Адаптивні параметричні методи управління мехатронними системами. Львів : НУ «Львівська політехніка», 2021. 175 с.

27. Ляшенко В. П., Набок Т. А., Скотнікова Л. М. Диференціальні рівняння : навч. посіб. Кременчук : КрНУ ім. М. Остроградського, 2025. 166 с.

28. Морозов О. О. Модель технічного обслуговування та ремонту озброєння і військової техніки ремонтним органом. *Системи озброєння і військова техніка.* 2015. № 2(42). С. 23–26.

29. Морозов О. О., Морозова Л. В. Науково-методичні основи створення систем технічного обслуговування та ремонту озброєння і військової техніки угруповань Національної гвардії України : монографія. Харків : НАНГУ, 2015. 174 с.

30. Козловський В. І., Ткаченко С. М. Рандомізовані алгоритми в теорії масового обслуговування : навч. посіб. Львів : НУ «Львівська політехніка», 2020. 180 с.

31. Коваленко І. Н., Пастухова О. В. Стохастичні моделі систем масового обслуговування з випадковими планами. Київ : Інститут математики НАН України, 2018. 220 с.

32. Морозов О. О., Морозова Л. В. Алгоритм контролю та управління складними системами. Системи обробки інформації. 2016. № 3(140). С. 88–91.

33. Морозов О. О. Модель системи адаптивного управління технічним станом техніки. Наукове забезпечення службово-бойової діяльності Національної гвардії України : тези доповіді VII науко-

во-практичної конференції Національної академії НГУ (м. Харків, 2016 р.). Харків : НАНГУ, 2016. С. 91–93.

34. Морозов О. О., Морозова Л. В. Інформаційна підтримка процесів управління технічним обслуговуванням та ремонтом озброєння і військової техніки у військових формуваннях Національної гвардії України : монографія. Харків : НАНГУ, 2017. 239 с.

РОЗДІЛ 4. ПРАКТИЧНІ ЗАДАЧІ ОПТИМІЗАЦІЇ СИСТЕМ ОБСЛУГОВУВАННЯ

У розділі розглянуто розв'язання низки задач оптимізації параметрів організаційно-технічних систем обслуговування з використанням розроблених математичних моделей і методів.

Прикладом нестаціонарної системи обслуговування є модель функціонування засобів протитанкової оборони, натомість робота технічних засобів бортових банків даних описується як нестаціонарна система масового обслуговування.

Рандомізовані плани роботи центру документального опрацювання інформації є прикладом реалізації адаптивного управління. Модель пошуку та обслуговування наземних об'єктів за допомогою бортової апаратури ЛА зводиться до системи активного обслуговування. До класу багатофазних систем обслуговування належить система ідентифікації об'єктів за сигналами, що надходять від них. Вона є конкретизацією відповідної підсистеми бортової апаратури ЛА.

Під час оптимізації параметрів цих систем обслуговування використано методи, викладені у розділі 3.

4.1 Вибір оптимальної кількості засобів протитанкової оборони

Наведені в літературі [1, 2, 3, 4] аналітичні моделі різних систем військового призначення спираються на стаціонарний режим бою, що теоретично може існувати, проте на практиці ця умова зазвичай не виконується.

У сучасних умовах бою чинник часу відіграє вирішальну роль, тому реальні оборонні й наступальні системи практично не функціонують у стаціонарному режимі. Крім того, у таких моделях ураховується лише вихід із ладу цілей ураження, хоча засоби оборони також знищуються засобами нападу супротивника.

Для усунення цих недоліків систему протитанкової оборони (ПТО) розглядатимемо як нестаціонарну систему обслуговування

[5]. Дії цієї системи під час відбиття атаки танків визначаються порядком ведення бою, описаним у роботі [1].

Нестаціонарна модель ПТО може бути використана для розв'язання таких задач:

– аналіз ефективності заданої системи ПТО, зокрема прогнозування стану бойової обстановки;

– багатокритеріальна оптимізація складу ПТО з формуванням варіантів рішень щодо її організації.

Модель оптимізації кількості протитанкових засобів

У моделі ПТО вимогами на обслуговування є танки супротивника, що з'являються в зоні дії засобів оборони, а пристроями обслуговування – протитанкові засоби (протитанкові ракетні комплекси, ствольна артилерія). Обслуговуванням є знищення танків, а зворотним впливом з боку супротивника – знищення протитанкових засобів його вогнем.

Введемо такі позначення: M – кількість засобів ПТО; N – кількість танків супротивника; μ_0 – скорострільність засобів, постр./хв; ν_0 – скорострільність танків, постр./хв; $\Delta_т$ – відстань між танками, що рухаються один за одним, м; $\nu_в$ – швидкість висування танків, м/хв; $\nu_а$ – швидкість атаки танків, м/хв; $L_а$ – відстань від рубежу, що обороняється, до рубежу переходу танків в атаку, м; $L_{об}$ – відстань від рубежу ПТО до рубежу, що обороняється, м; $L_{вз}$ – дальність відкриття вогню засобами ПТО, м; Lзт – дальність відкриття вогню танками супротивника, м; $p_{зз(t)}$ – імовірність знищення засобу ПТО танками супротивника; $p_{зт(t)}$ – імовірність знищення танка засобом ПТО. Припускатимемо, що виконуються такі умови: $M < N$; $L_{вз} > L_а + L_{об}$; $L_{вт} > L_а + L_{об}$.

Крім цього, будемо використовувати низку додаткових параметрів системи: $\lambda_0 = \frac{\nu_в}{\Delta_т}$ – інтенсивність появи танків у зоні дії ПТО на один засіб, хв$^{-1}$; $t_п = \frac{N}{M} \cdot \lambda_0$ – середній час появи всіх танків у зоні дії ПТО на один протитанковий засіб, хв; $L_0 = \max\{L_{вз}, L_{вт}\}$ – відстань між танками і ПТО на початку бою, м; $L_в = L_о - (L_а + L_{об})$ – відстань висування танків, м; $t_в = \frac{L_в}{\nu_в}$ – час висування танків, хв; $t_а = \frac{L_а}{\nu_а}$ – час атаки танків, хв; $t_б = t_в + t_а$ – максимальний час бою, хв; а також допоміжні параметри:

– час обстрілу танків засобами ПТО за відсутності вогню у відповідь із боку танків супротивника, хв:

$$t_{\text{чт}} = \begin{cases} \frac{(L_{\text{вз}} - L_{\text{вт}})}{\nu_{\text{в}}}, & L_{\text{вз}} > L_{\text{вт}} \\ 0, & L_{\text{вз}} \le L_{\text{вт}} \end{cases}$$

– час обстрілу засобів танками за відсутності вогню у відповідь із боку засобів системи ПТО, хв:

$$t_{\text{чз}} = \begin{cases} \frac{(L_{\text{вт}} - L_{\text{вз}})}{\nu_{\text{в}}}, & L_{\text{вт}} > L_{\text{вз}} \\ 0, & L_{\text{вт}} \le L_{\text{вз}} \end{cases}$$

– відстань між танками і засобами ПТО, м:

$$L(t) = \begin{cases} L_0 - \nu_{\text{в}} t, & t \le t_{\text{в}} \\ L_0 - L_{\text{в}} - \nu_{\text{а}}(t - t_{\text{в}}), & t_{\text{в}} < t \le t_{\text{б}} \\ L_{\text{об}} - \nu_{\text{а}}(t - t_{\text{б}}), & t_{\text{б}} < t < t_{\text{б}} + \frac{L_{\text{об}}}{\nu_{\text{а}}} \end{cases}$$

Тоді основні характеристики ПТО як нестаціонарної системи обслуговування у разі застосування засобів одного типу можна визначити так:

$$M_0(t) = M, \quad N_0(t) = N, \quad Q_0(t) = N - M,$$

а інтенсивності потоків подій обчислюються за формулами:

$$\lambda(t) = \begin{cases} M \cdot \lambda_0, & t \le t_{\text{п}} \\ \mu(t) = \mu_0 \cdot p_{\text{зт}}(t), & \nu(t) = \nu_0 \cdot p_{\text{зз}}(t),\ k(t) = 0. \\ 0, & t > t_{\text{п}} \end{cases}$$

Стан системи ПТО в певний момент часу визначається такими ж характеристиками, як і в моделі НСО, описаній у підрозділі 2.1, але які конкретизуються таким способом: $M(t)$ – кількість наявих засобів ПТО; $Z(t)$ – кількість засобів, зайнятих обстрілом танків; $Q(t)$ – кількість необстрілюваних танків, що перебувають у зоні дії ПТО.

Тоді позначимо через S_{ij} стан оборонної системи, який визначається такими характеристиками:

$$M(t) = M - i,\ Z(t) = \min\{j,\ M - i\},\ Q(t) = \max\{0, j - (M - i)\}.$$

Відповідно до цього щільність переходу системи зі стану S_{ij} у стан $S_{k\ell}$ визначається так:

$$d_{ij,k\ell}(t) = \begin{cases} \lambda(t), & k = i,\ \ell = j+1,\ i = \overline{0,\ M},\ j = \overline{0,\ N-1}, \\ \min\{j,\ M-i\},\ \mu(t) & k = i,\ \ell = j-1,\ i = \overline{0,\ M-1},\ j = \overline{0,\ N} \\ j\nu(t), & k = i+1,\ \ell = j,\ i = \overline{0,\ M-1},\ j = \overline{0,\ N} \\ 0, & \text{у протилежному випадку.} \end{cases}$$

Тому відповідний граф переходів системи ПТО матиме вигляд, наведений на рис. 4.1.

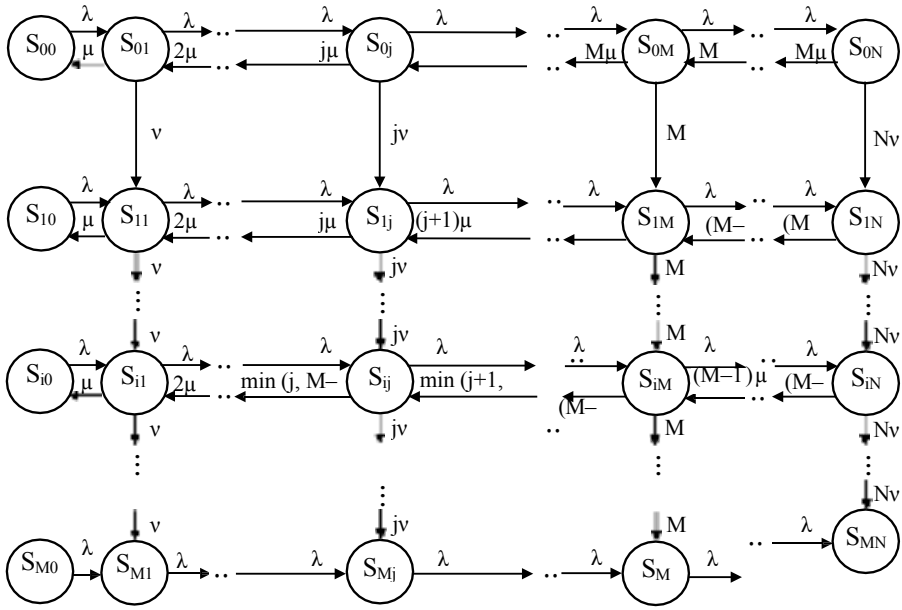

Рисунок 4.1 – Граф переходів системи ПТО

Тоді модель ПТО запишеться у вигляді такої системи рівнянь:

$$\frac{dp_{i0}}{dt} = -\lambda p_{i0} + \mu p_{i1}, \quad i = \overline{0,\ M-1}, \quad \frac{dp_{M0}}{dt} = -\lambda p_{M0},$$

$$\frac{dp_{0j}}{dt} = -(\lambda + \min\{j, M\}\mu + j\nu)p_{0j} +$$

$$+ \min\{j+1, M\}\mu p_{0(j+1)} + \lambda p(0(j-1)), \quad j = \overline{1,\ N-1},$$

$$\frac{dp_{0N}}{dt} = -(M\mu + N\nu)p_{0N} + \lambda p_{0(N-1)},$$

$$\frac{dp_{ij}}{dt} = -(\lambda + \min\{j, M-i\}\mu + j\nu)p_{ij} +$$

$$+\lambda p_{ij-1} + j\nu p_{(i-1)j} + \min\{j+1, M-i\}\mu p_{i(j+1)}, \tag{4.1}$$

$$i = \overline{1,\ M-1}, \quad j = \overline{1,\ N-1},$$

$$\frac{dp_{iN}}{dt} = -((M-i)\mu + N\nu)p_{iN} +$$

$$+\lambda p_{i(N-1)} + N\nu p_{(i-1)N}, i = \overline{1,\ M-1},$$

$$d\frac{p_{Mj}}{dt} = -\lambda p_{Mj} + j\nu p_{(M-1)j},$$

$$j = \overline{1,\ N-1}, \frac{dp_{MN}}{dt} = \nu p_{(M-1)N},$$

умови нормування

$$\sum_{i=0}^{M}\sum_{j=0}^{N} p_{ij}(t) = 1, \tag{4.2}$$

а також початкових умов

$$p_{ji}(0) = \begin{cases} 1,\ i = j = 0 \\ 0,\ \text{в іншому випадку.} \end{cases} \tag{4.3}$$

За цією моделлю характеристики (2.4)–(2.6), (2.11), (2.12), введені в підрозділі 2.1, обчислюються так:

$$\overline{m}(t) = \sum_{i=0}^{M-1}(M-i)\sum_{j}^{N} = 0 p_{ij}(t), \tag{4.4}$$

$$\overline{z}(t) = \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=1}^{N} \min\{j, M-i\} p_{ij}(t), \tag{4.5}$$

$$\overline{q}(t) = \sum_{i=0}^{M} \sum_{j=M-i+1}^{N} (j - (M-i)) p_{ij}(t), \tag{4.6}$$

$$\overline{n}(t) = \begin{cases} M\lambda_0 t, & t \le t_{\text{п}} \\ N, & t > t_{\text{п}} \end{cases}, \tag{4.7}$$

$$\overline{r}(t) = \int_0^t z(t)\mu(\tau)d\tau \tag{4.8}$$

У реальних умовах оборонна система може містити засоби різних видів. Водночас порядок бою не змінюється, за винятком того, що засоби ПТО починають вести вогонь по танках супротивника залежно від дальності відкриття вогню, яка є різною для кожного виду протитанкових засобів.

Розглянемо двовидову систему ПТО, тобто вважатимемо, що у складі ПТО є M_1 засобів першого виду і M_2 засобів другого виду з відстанями відкриття вогню, що дорівнюють відповідно $L_{\text{вз1}}$ і $L_{\text{вз2}}$, які задовольняють умову $L_{\text{вз1}} = L_{\text{вз1}} > L_{\text{вз2}} > L_{\text{а}} + L_{\text{об}}$.

Для цієї моделі кількість засобів ПТО визначається так:

$$M_0(t) = \begin{cases} M_1, & t < t_{\text{з}} \\ M_1 + M_2, & t \ge t_{\text{з}} \end{cases} \tag{4.9}$$

де $t_{\text{з}} = \frac{L_{\text{вз1}} - L_{\text{вз2}}}{\nu_{\text{в}}}$ – час дії засобів тільки першого виду, для якого виконано умову: $t_{\text{з}} \ge t_{\text{п}}$.

Тоді для розглянутої системи ПТО модель (4.1)–(4.3) має бути доповнено співвідношенням (4.9) і умовою

$$p_{ij}(t) = 0, \quad t \le t_{\text{з}},\ i = \overline{M_1 + 1,\ M_1 + M_2},\ j = \overline{0,\ N}. \tag{4.10}$$

З урахуванням цього обчислюються характеристики системи ПТО (4.4)–(4.8).

Задачу організації оборонної системи сформулюємо як задачу оптимізації кількості протитанкових засобів двовидової системи ПТО. Отже, до складу вектора ω увійдуть параметри M_1 і M_2.

За оптимізації системи ПТО найбільш важливою є середня кількість знищених танків K_1 і середня кількість засобів K_2, зайнятих обстрілом. Виходячи з (2.13)–(2.16) ці критерії конкретизуються так:

$$\begin{aligned} K_1(T) &= \left.\frac{\overline{r}(t)}{N}\right|_{t=T} \to \max, \\ K_2(T) &= \left.\frac{\overline{z}(t)}{M}\right|_{t=T} \to \max, \end{aligned} \tag{4.11}$$

де Т – момент часу бою, що задається ОПР.

Як додаткові обмеження розглянемо умови:

$$\begin{aligned} M_1 &\in \{M_{10}, M_{10+1}, ..., M_{11}\}, \\ M_2 &\in \{M_{20}, M_{20+1}, ..., M_{21}\}, \end{aligned} \tag{4.12}$$

де величини M_{10}, M_{11}, M_{20} і M_{21} визначаються ОПР.

Отже, багатокритеріальна задача оптимального управління для двовидової моделі ПТО формулюється так: слід визначити вектор $\omega = (M_1, M_2)$, що забезпечує максимум вектора критеріїв $K = (K_1, K_2)$, заданих співвідношеннями (4.11), за виконання умов (4.1)–(4.3), (4.9), (4.10), (4.12).

Під час реалізації алгоритму оптимізації на основі методу лінійної згортки та модифікованого методу Нелдера – Міда, викладених у розділі 3, було внесено певні зміни.

Перша зміна стосується запам'ятовування результатів моделювання за заданих значень параметрів, що оптимізуються, та їх використання за інших значень параметра згортки хі.

Крім того, з умов (4.9) та (4.10) випливає, що в момент часу $t = t$ з стан системи ПТО не залежить від значення параметра M_2. Тому друга зміна полягає в тому, щоб обчислювати стан системи в момент часу $t = t_з$ за заданого значення M_1, а потім моделювати, починаючи з цього моменту, за необхідних значень параметра M_2.

Приклад оптимізації кількості засобів двовидової ПТО

Розглянемо визначення оптимальної кількості засобів ПТО за таких умовних значень вихідних даних: $M_1, M_2 \in [6, 18]$; $\varepsilon = 10^{-4}$; $N = 40$ танків; $\Delta_T = 60$ м; $\mu_0 = 3$ постр./хв;

$\nu_0 = 6$ постр./хв; $\nu_{\text{в}} = 300$ м/хв; $\nu_{\text{а}} = 200$ м/хв; $L_{\text{а}} = 600$ м; $L_{\text{об}} = 1\ 000$ м; $L_{\text{от}} = 2\ 050$ м; $T = 7$ хв.

На основі введеної вище функції $L(t)$ визначимо ймовірності знищення засобів ПТО $p_{\text{зз}}(t)$ і танків супротивника $p_{\text{зт}}(t)$ залежно від поточної відстані (табл. 4.1).

Таблиця 4.1 – Ймовірність знищення засобів ПТО та танків супротивника залежно від відстані

Відстань $L(t)$ між засобами ПТО та танком, м	**Ймовірність $p_{\text{зз}}(t)$ знищення засобу ПТО**	**Ймовірність $p_{\text{зт}(t)}$ знищення танка супротивника**
$500 < L(t) \leq 1\ 000$	0,75	0,76
$1\ 000 < L(t) \leq 1\ 500$	0,40	0,43
$1\ 500 < L(t) \leq 2\ 000$	0,11	0,14
$2\ 000 < L(t) \leq 2\ 500$	0,10	0,12
$L(t) > 2\ 500$	0,00	0,10

Оптимальні значення параметрів M_1 і M_2 визначали з використанням зазначених вище алгоритмів оптимізації. Під час розв'язання задачі (4.1)–(4.3) застосовано метод Ейлера з кроком інтегрування $\Delta t = 0{,}01$ хв, що забезпечує прийнятну точність.

Результати розв'язання цієї задачі наведено в табл. А.1 додатка А, а відповідну множину Парето подано на рис. 4.2.

Аналіз отриманих результатів показує, що для знищення не менше ніж 70 % танків необхідно в середньому $M_1 = 17$ засобів першого виду і $M_2 = 6$ засобів другого виду. Вогнем у відповідь супротивника буде знищено в середньому 3 засоби ПТО. Обчислювальні експерименти дають змогу зробити висновок про те, що застосування другої зміни алгоритму сприяло зменшенню часу оптимізації приблизно в 4 рази. Зокрема, для використаних вихідних даних у разі застосування лише першої зміни алгоритму час розв'язання задачі становив 60 хв, тоді як за використання обох змін – 14 хв.

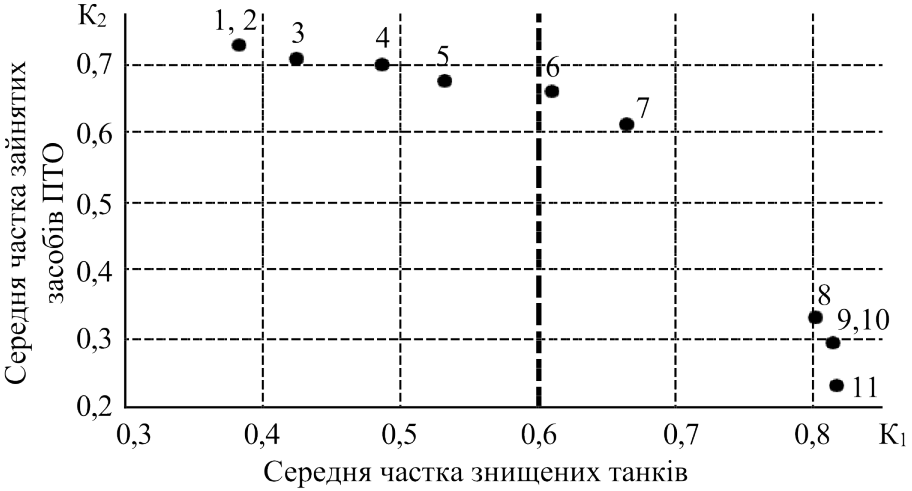

Рисунок 4.2 – Множина Парето розв'язків задачі

Отже, обидві зміни алгоритму дали змогу уникнути повторних обчислень і скоротити час оптимізації за рахунок використання пам'яті для збереження додаткової інформації. Тому доцільність впровадження цих змін алгоритму визначають за такими показниками ефективності: час обчислень та обсяг необхідної оперативної пам'яті.

Моделювання системи ПТО за отриманих оптимальних значень параметрів засвідчило, що система залишається в перехідному режимі протягом усього бою, який триває 10,5 хв. Цей режим завершується, коли танки досягають рубежу розташування ПТО, а інтенсивності потоків набувають значення $\lambda_0 = 0$.

Отже, в сучасних умовах бою стаціонарного режиму практично не існує.

4.2 Оптимізація бортових банків даних літальних апаратів

Сучасний етап розвитку бортових систем ЛА характеризується зростанням застосування цифрових засобів обчислювальної техніки, зокрема мікропроцесорів, потужних бортових цифрових обчислювальних машин (БЦОМ) і бортових мереж ЕОМ [6–11].

Спостерігається тенденція до збільшення обсягу бортової інформації, що обробляється, а також до розширення складу її постачальників і споживачів. Звідси випливає, що традиційні методи та засоби збирання, опрацювання і зберігання бортової інформації мають бути модифіковані згідно з сучасними підходами до організації даних на основі концепції системи баз даних [12].

Нині питання ефективної організації даних на борту ЛА практично не розглянуті. Так, у роботі [13] згадується поняття бази даних БЦОМ, але без конкретизації. У перспективі концепція бортових баз даних може бути використана у проєктованих бортових експертних системах [8]. Крім того, у цій же роботі експертні системи орієнтуються на використання баз даних і знань, але їхня структура, функції та способи реалізації не наводяться.

У розділі подано структуру бортового банку даних (ББнД), визначено функції його компонентів, запропоновано алгоритм проєктування банку даних, розроблено підхід до реалізації його фізичного проєктування.

Структура і функції ББнД

Спираючись на роботи [14–16], запропонуємо загальну структуру ББнД літального апарату (рис. 4.3).



Рисунок 4.3 – Загальна структура ББнД літального апарату

Вона охоплює бортову базу даних, інформаційну БЦОМ, обладнання введення, виведення та зберігання даних і бортову магістраль системи передавання інформації, що забезпечує взаємозв'язок компонентів ББнД.

Бортова база даних (ББД) – це локальна або розподілена сукупність даних: вихідна інформація для розв'язання функціональних задач; параметри та характеристики польотного завдання (початкова, кінцева, проміжні контрольні точки маршруту, інші дані); цифрові карти місцевості; інформація, що надходить із датчиків ЛА; дані про технічний стан бортового устаткування, систем і комплексів ЛА; інформація про поточну і прогнозовану тактичні ситуації для роботи бортових експертних систем; дані, передані наземним пунктам управління та отримані від них.

Зазначимо, що для підвищення експлуатаційної надійності ЛА інформація має зберігатися у децентралізованій формі, тобто необхідна організація даних у вигляді розподіленої ББД. Для ефективного управління даними на борту ЛА слід обрати відповідну модель їх організації. У зв'язку з тим, що нині реляційна модель є фактично стандартом проєктування інформаційних систем [12], доцільним є її застосування і в організації ББД. Це дасть змогу використовувати для побудови інструментальні засоби сучасних CASE-технологій (Computer-Aided Software Engineering) [17].

Бортова система управління базами даних (БСУБД) є сукупністю програмних засобів для введення даних у певну область пам'яті, пошуку необхідної інформації, передавання її споживачам і видалення після виконання польоту. Експлуатаційна надійність ЛА має бути забезпечена у БСУБД спеціальними засобами: резервуванням даних, виконанням повторних запитів у разі виникнення помилок або відмови технічних засобів.

Основними технічними засобами ББнД є інформаційні БЦОМ (ІБЦОМ), що входять до складу бортової обчислювальної мережі [6]. Водночас можлива апаратно-програмна реалізація ББнД на ІБЦОМ у вигляді машини баз даних розподіленої

архітектури [18]. Різні види топологій бортових мереж ЕОМ розглянуто в роботах [7, 8].

Як пристрої введення даних використовуються багатофункціональні пульти управління екіпажу ЛА, датчики бортових систем, знімні модулі типу «картридж» [11]. Пристроями зберігання інформації є відповідні модулі енергонезалежного запам'ятовувального пристрою типу «електронний диск» (флеш-пам'ять) [19]. До пристроїв виведення даних належать бортові багатофункціональні індикатори, а також засоби передавання даних наземним системам.

Адміністратором ББД є наземний персонал обслуговування бортового радіоелектронного устаткування ЛА, до функцій якого входить контроль достовірності даних, що зберігаються постійно, введення нової інформації, тестування ББД і БСУБД. Водночас ББнД як складник бортової системи обміну інформацією має відповідати основним вимогам, викладеним у роботі [7].

Проєктування ББнД пропонується здійснювати в такій послідовності.

1. Формулювання й аналіз вимог, що передбачають складання переліку запитів, отриманих від споживачів, списку повідомлень, які формує бортова СУБД, та визначення формату результатів запитів.

2. Логічне проєктування, тобто побудова концептуальної схеми даних – інформаційної структури, незалежної від БСУБД, на основі вимог, сформульованих на першому етапі, а також формування логічної структури ББД і розроблення відповідної БСУБД.

3. Фізичне проєктування, що передбачає:

– визначення характеристик технічних засобів для реалізації ББнД, зокрема продуктивності ІБЦОМ, обсягів сталого, оперативного та довгочасного запам'ятовувальних пристроїв (ЗП);

– вибір конкретних технічних засобів, зокрема мікропроцесора (загального призначення або спеціалізованого), ЗП (стандартного або флеш-типу, сталого або знімного ЗП);

– формування фізичної структури ББД і налагодження БСУБД із використанням обраних технічних засобів.

4. Розроблення прикладних програм для забезпечення інтерфейсу між БСУБД та іншим обладнанням бортових систем ЛА.

5. Випробування ББнД на різних імітаторах і на реальному бортовому устаткуванні ЛА.

У розділі розглядається один із підходів до реалізації 3-го етапу розроблення ББнД.

Модель оптимізації параметрів технічних засобів ББнД

Опишемо функціонування ББнД, виходячи з його структури, поданої на рис. 4.3. Отримавши запит, система введення та виведення передає його у буферний ЗП (БЗП). Процесор обирає з черги запит і передає його СУБД та прикладним програмам для оброблення. У разі вибірки інформації із БнД система управління базами даних формує результат запиту й передає його системі введення та виведення для подальшого відправлення споживачеві. У разі потреби СУБД додає або змінює інформацію в БнД із можливим повідомленням абонента.

Наведений вище опис функціонування ББнД засвідчує, що його можна розглядати як нестаціонарну багатоканальну СМО з обмеженою довжиною черги. Водночас вимогою є запит від споживача або абонента на виконання певного процесу опрацювання збереженої інформації, пристроями обслуговування є процесори, а чергою – БЗП для зберігання запитів, що надійшли. Оскільки найбільш інтенсивним є потік даних, що надходять від датчиків, у пропонованій моделі ББнД враховуватиметься лише цей потік.

Введемо наступні позначення: λ – інтенсивність потоку запитів, $с^{-1}$; μ – інтенсивність обслуговування запитів, $с^{-1}$; M – кількість процесорів; Q – максимальна кількість запитів у БЗП, тобто довжина черги. Вважатимемо, що всі потоки в системі є нестаціонарними пуассонівськими потоками. Нехай p_k – ймовірність перебування системи у стані, за якого в ББнД перебуває k запитів, $k = 1, M + Q$.

Тоді модель системи матиме такий вигляд:

$$\frac{dp_0}{dt} = -\lambda p_0 + \mu p_1, \frac{dp_{M+Q}}{dt} = -N\mu p_{M+Q} + \lambda p_{M+Q+1},$$

$$\frac{dp_j}{dt} = -(\lambda + j\mu)p_j + \lambda p_{j-1} + (j+1)\mu p_{j+1},$$

$$j = \overline{1,\ M-1}, \tag{4.13}$$

$$\frac{dp_k}{dt} = -(\lambda + M\mu)p_k + \lambda p_k - 1 + M\mu p_{k+1},$$

$$k = \overline{M,\ M+Q-1},$$

$$\sum_{k=0}^{M+Q} p_{k(t)} = 1, \quad t \in [0, T], \tag{4.14}$$

$$p_0(0) = 1, \quad p_k(0) = 0, \quad k = \overline{1,\ M+Q-1}. \tag{4.15}$$

Система диференціальних рівнянь (4.13) описує зміну станів системи на інтервалі часу $[0, T]$ функціонування ББнД у процесі виконання польотного завдання. Вираз (4.14) визначає розглянуті початкові умови, а вираз (4.15) – обмеження на ймовірності цих станів.

Виразимо параметри Q і μ моделі (4.13)–(4.15) через основні характеристики технічних засобів ББнД. Для цього введемо такі позначення: V_λ – обсяг запиту, байт; $t_{\text{п}}$ – час запису одного байта даних у БЗП, с; ν_k – швидкість передавання даних по каналу, байт/с; $f_{\text{пр}}$ – тактова частота процесора, Гц; $n_{\text{СУ}}$ – кількість команд БСУБД для оброблення одного байта запиту, байт; $n_{\text{пп}}$ – кількість команд прикладних програм для оброблення одного байта запиту, байт; $L_{\text{п}}$ – кількість записаних у БЗП байт даних; $L_{\text{к}}$ – кількість переданих по каналу байт даних; $L_{\text{пр}}$ – кількість опрацьованих процесором байт даних; $L_{\text{СУ}}$ – кількість опрацьованих бортовою СУБД байт даних; $L_{\text{пп}}$ – кількість опрацьованих прикладними програмами байт даних; $V_{\text{БЗП}}$ – ємність БЗП, байт. Параметри $L_{\text{п}}$, $L_{\text{к}}$, $L_{\text{пр}}$, $L_{\text{СУ}}$ і $L_{\text{пп}}$ враховують одночасне оброблення декількох байт.

Тоді для визначення параметрів Q і системи можна записати такі вирази:

$$Q = \frac{V_{\text{БЗП}}}{V_\lambda}, \tag{4.16}$$

$$\mu = \frac{1}{V_\lambda}\left(\frac{1}{L_{\text{пр}} f_{\text{пр}}} + \frac{n_{\text{СУ}}}{L_{\text{СУ}} f_{\text{пр}}} + \frac{1}{L_{\text{к}} \nu_{\text{к}}} + \frac{t_{\text{п}}}{L_{\text{п}}}\right)^{-1} \tag{4.17}$$

Параметр λ, що визначає середню кількість запитів, які надійшли за одну секунду, обсягом $V\lambda$ кожен, розраховується з урахуванням тактико-технічних характеристик датчиків ЛА.

Параметрами, які оптимізуються, в роботі є кількість процесорів M та довжина черги запитів Q. Критеріями оптимізації ББнД обрано такі характеристики:

– відносна вартість технічних засобів ББнД:

$$K_1 = \left(c_{\text{пр}}(M) + c_{\text{БЗП}} V_{\text{БЗП}}\right) c_{\sum}, \tag{4.18}$$

де $c_{\text{пр}}$ – функція вартості М-процесорної системи, $c_{\text{БЗП}}$ – вартість БЗП, розрахована на один байт пам'яті, $c_{\sum}$ – сума, виділена на розробку технічних засобів ББнД;

– максимальна за обраний інтервал часу $[0, T]$ середня відносна довжина черги запитів:

$$K_2 = \frac{1}{Q} \max_{0 \le t \le T} \sum_{r=1}^{Q} r \cdot p_{M+r}(t) \to \min. \tag{4.19}$$

Слід зазначити, що критерії є суперечливими: мінімізація першого критерію призводить до зменшення кількості процесорів та обсягу ОЗП, тоді як мінімізація другого – до збільшення значень цих параметрів.

Як додаткові обмеження розглянемо такі умови:

$$M \in \{1, 2, ..., M_{\max}\}, Q \in \{1, 2, ..., Q_{\max}\}, \tag{4.20}$$

де величини $M_{\max}$ і $Q_{\max}$ визначаються масо-габаритними характеристиками технічних засобів ББнД для конкретного ЛА та системним програмним забезпеченням.

Тоді задача багатокритеріальної оптимізації параметрів технічних засобів ББнД формулюється таким чином: потрібно визначити значення параметрів M і Q технічних засобів ББнД, що забезпечують мінімізацію критеріїв (4.18) і (4.19) за виконання умов

(4.13)–(4.15), (4.20). Ця задача належить до класу задач вибору оптимальних параметрів НСМО, розглянутих у підрозділі 2.2. Урахування обмежень (4.20) вимагає розроблення спеціального методу розв'язання цієї задачі. Пропонується її розв'язання шляхом побудови лінійної згортки критеріїв і застосування модифікованого методу деформованого багатогранника Нелдера – Міда, описаного в розділі 3.

Приклад оптимізації параметрів ББнД. Розглянемо визначення оптимальної кількості процесорів і довжини черги запитів за таких умовних вихідних даних: $M \in [1, 8]$, $Q \in [1, 100]$, $\lambda = 2^{c-1}$ [7], $V_\lambda = 250$ КБ, $t_п = 600$ нс, $\nu_к = 1$ Мбіт/с, $f_{пр} = 33$ МГц (процесор типу i486DX2 [19]), $n_{СУ} = 500$ Б, $n_{пп} = 1\ 000$ Б, $L_п = 2$ Б, $L_к = 2$ Б, $L_{пр} = 4$ Б, $L_{СУ} = 8$ Б, $L_{БЗП} = 8$ Б, $c_{пр} = 5\ 000(N_2 + 3_N + 7)$ грн, $c_{БЗП} = 50$ грн/МБ, $c_{СУ} = 500\ 000$ грн. Через постійні зміни інтенсивності потоку запитів під час польоту ЛА як інтервал часу моделювання $[0, T]$ системи оберемо інтервал довжиною в 2,5 хв, протягом якого за заданого значення інтенсивності вхідного потоку система ще перебуває в перехідному режимі. Під час розв'язання задачі (4.13)–(4.15) було використано метод Ейлера з кроком інтегрування $\Delta t = 0{,}1$ с, що забезпечує достатню для розв'язання цієї задачі точність.

Результати оптимізації з використанням методу лінійної згортки і модифікованого методу Нелдера – Міда наведено в табл. А.2. Як засвідчують дані таблиці, сформовано 5 варіантів оптимальних за Парето розв'язків задачі, поданих на рис. 4.4.

У разі виділення 200 000 грн на придбання технічних засобів ББнД прийнятним варіантом є чотирипроцесорна система (M = 4) з обсягом БЗП не менш ніж 12,5 МБ, розрахована на Q = 51 запит. Водночас максимальне навантаження на чергу за час роботи системи становитиме в середньому 12 запитів, тобто буде зайнято 3 МБ БЗП.

Розглядаючи отриману парето-оптимальну множину варіантів, можна зробити висновок, що варіювання кількості процесорів значно більше впливає на ефективність ББнД, ніж зміна об'єму БЗП.

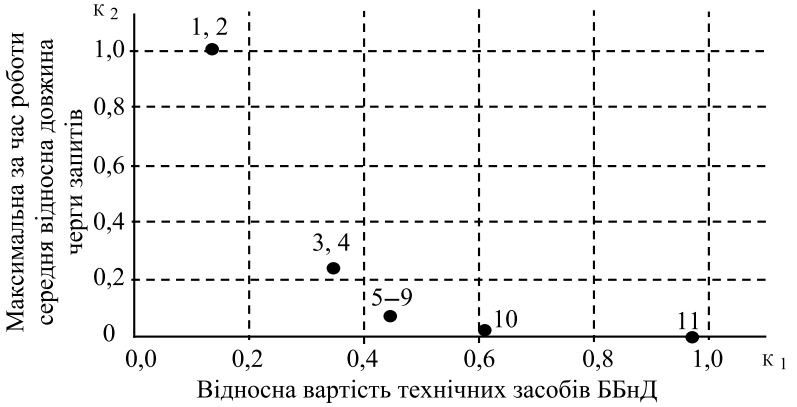

Рисунок 4.4 – Множина Парето розв'язків задачі

4.3 Рандомізовані плани роботи центру документального опрацювання інформації

У роботі розглядається задача оптимізації процесу роботи з документами операторами центру документального опрацювання інформації (ЦДОІ) та контролю параметрів їхньої роботи з використанням методики адаптивного управління, описаної в підрозділі 3.5.

Вихідні дані для розв'язання задачі оптимізації ЦДОІ отримані шляхом хронометражу процесів надходження та опрацювання документів у цьому центрі.

Особливостями функціонування такого центру є:

– робота підрозділу не є безперервною, вона обмежена зазвичай 8-годинним робочим днем і наявністю вихідних днів;

– інтенсивність вхідного потоку документів є функцією часу, причому зміна інтенсивності відбувається не лише протягом робочого дня, а й протягом місяця. Тому ЦДОІ є нестаціонарною організаційно-технічною системою обслуговування.

Математична модель оптимізації ЦДОІ за сталого середнього часу оброблення документів

Роботу центру буде описано з використанням моделі нестаціонарної багатоканальної СМО з обмеженою довжиною черги [20, 21].

Тут канали обслуговування (або пристрої) відповідають персоналу ЦДОІ, документи є заявками, вхідний потік заявок утворюється документами, що надходять на оброблення, а обслуговування заявок є опрацюванням документів, що передбачає набір тексту на комп'ютері та його подальший друк.

Введемо такі позначення: M – кількість операторів ЦДОІ; Q – довжина черги документів на оброблення; $\lambda(t)$ – інтенсивність вхідного потоку документів; $\mu(t)$ – інтенсивність оброблення документів одним оператором; T – час роботи системи.

Нехай p_k – імовірність перебування системи в стані, за якого в ЦДОІ перебуває k документів, k = 1, M + Q.

Тоді математична модель функціонування ЦДОІ має такий вигляд:

$$\frac{dp_0}{dt} = -\lambda p_0 + \mu p_1, \frac{dp_{M+Q}}{dt} = -M\mu p_{M+Q} + \lambda p_{M+Q+1},$$

$$\frac{dp_i}{dt} = -(\lambda + i\mu)p_i + \lambda p_{i-1} + (i+1)\mu p_{i+1},$$

$$i = \overline{1,\ M-1}, \tag{4.21}$$

$$\frac{dp_j}{dt} = -(\lambda + M\mu)p_{M+j} + \lambda p_{+j-1} + M\mu p_{M+j+1},$$

$$j = \overline{0,\ Q-1},$$

$$\sum_{k=0}^{M+Q} p_{k(t)} = 1, t \in [0, T], \tag{4.22}$$

$$p_k(0) = p_{k0}, k = \overline{0,\ M+Q}. \tag{4.23}$$

На основі моделі (4.21)–(4.23) можуть бути обчислені такі характеристики ЦДОІ:

– середня кількість зайнятих операторів

$$\overline{z}(t) = \sum_{i=1}^{M} i p_i(t) + \sum_{j=1}^{Q} p_{M+j}(t), \tag{4.24}$$

– середня кількість документів у черзі

$$\overline{q}(t) = \sum_{j=1}^{Q} j p_{M+j}(t). \tag{4.25}$$

Параметром, що оптимізується, для ЦДОІ є середній час оброблення документа одним оператором, який визначається через інтенсивність mu за такою формулою: $t_{\text{обр}} = \frac{1}{\mu}$.

Критеріями оптимальності ЦДОІ оберемо такі характеристики:

– середній відносний час зайнятості операторів

$$K_1 = \frac{1}{M \cdot T} \int_0^T z(t)dt \to \max, \tag{4.26}$$

– середня відносна вартість оброблення одного документа

$$K_2 = \frac{c_{\text{зп}} \bar{t}_{\text{зп}}}{c_{\sum}} t \to \min, \tag{4.27}$$

де $c_{\text{зп}}$ – заробітна плата одного оператора; $c_{\sum \text{зп}}$ – максимально можливі витрати ЦДОІ на оброблення одного документа, а середній за день час виконання такого процесу одним оператором становить

$$\bar{t}_{\text{дб}} = \frac{1}{\mu}. \tag{4.28}$$

Додатковою умовою розглянемо таке співвідношення:

$$\mu(t) = \mu, 0 \le t \le T, \mu' \le \mu \le \mu'', \tag{4.29}$$

де μ' й μ'' визначаються за результатами статистичного оброблення.

Тоді завдання багатокритеріальної оптимізації ЦДОІ формулюється таким способом: знайти значення змінної μ, яке забезпечує максимальне значення критерію (4.26) і мінімальне – критерію (4.27) за виконання умов (4.21)–(4.24), (4.28)–(4.29).

Розглянемо застосування методів оптимізації та адаптивного управління на прикладі ЦДОІ.

Статистичне опрацювання даних про роботу ЦДОІ

Результати статистичного опрацювання інформації щодо роботи з документами одним оператором протягом 19 робочих днів [22] наведено в табл. 4.2.

Таблиця 4.2 – Основні статистичні параметри надходження та оброблення документів

Характеристики (оціночні значення)	**Надходження документів**	**Оброблення документів**
Математичне очікування, хв	24,64	15,61
Дисперсія, хв^2	1664,01	399,64
Середнє квадратичне відхилення, хв	40,79	19,99
Інтенсивність, хв$^{-1}$	0,0405	0,0641

Як свідчать вихідні дані, попри відсутність обмежень на кількість прийнятих документів, оператор отримує на оброблення не більше ніж 25 документів на день. Це дає змогу обмежити довжину черги в моделі ЦДОІ значенням $Q = 20$ документів і спростити розрахунки, нехтуючи залишковою (реально не зайнятою) частиною черги.

Для визначення адекватності застосування математичної моделі ЦДОІ було проведено перевірку гіпотез про показовий розподіл часу між надходженнями документів і часу їх обслуговування з використанням критерію згоди χ^2 Пірсона, який характеризується універсальністю.

Результати перевірки гіпотез отримано за допомогою програми Statistica 5.5 та подано на рис. 4.5 і 4.6.

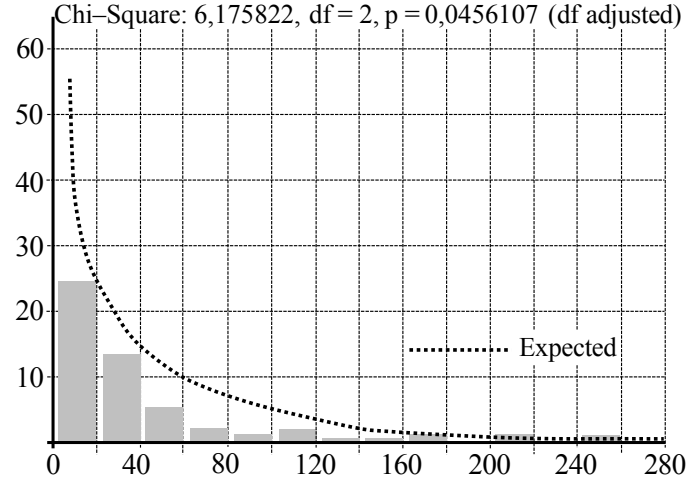

Рисунок 4.5 – Перевірка гіпотези для вхідного потоку документів

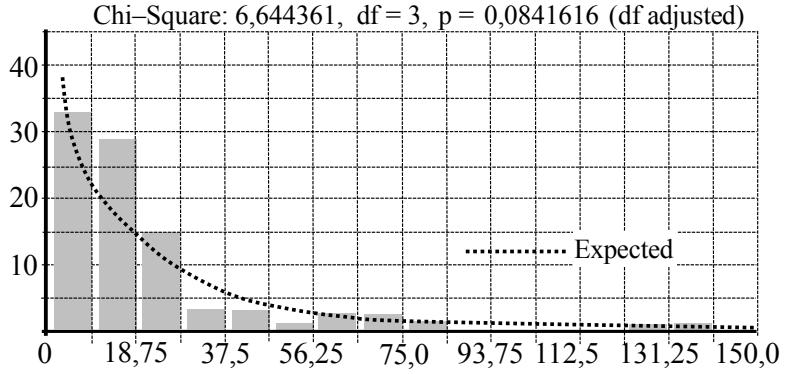

Рисунок 4.6 – Перевірка гіпотези для обслуговування документів

На рисунках гістограма відповідає реальним статистичним даним роботи ЦДОІ, а крива показує прогнозовану функцію щільності показового розподілу. Над графіком наведено результати перевірки гіпотези, виконані програмою.

Результати засвідчують, що обидві гіпотези ухвалюються з рівнями значущості 0,05 і 0,09 відповідно, тому для опису функціонування центру документального опрацювання інформації можливе застосування описаної вище математичної моделі.

Приклад оптимізації роботи ЦДОІ за сталого середнього часу оброблення документів

Розглянемо вибір інтенсивності оброблення документів одним оператором і проаналізуємо на найпростішому прикладі ефективність різних методів оптимізації: методу дихотомії, методу випадкового пошуку й генетичного алгоритму. У цьому разі метод дихотомії є основою для порівняння результатів.

Маємо: $M = 1$ оператор, $Q = 20$ документів, $\lambda = 1/24{,}64$ хв$^{-1}$, $\mu = [1/100; 1]$ хв$^{-1}$, $T = 8$ год, $c_{\text{зп}} = 0{,}10$ грн/хв, $c_{\sum} = 10{,}42$ грн/документ, точність розв'язання системи рівнянь (4.21)–(4.23) методом Ейлера $\Delta t = 0{,}1$ хв.

Результати оптимізації з використанням методу дихотомії подано в табл. А.3, а відповідна множина Парето зображена на рис. 4.7.

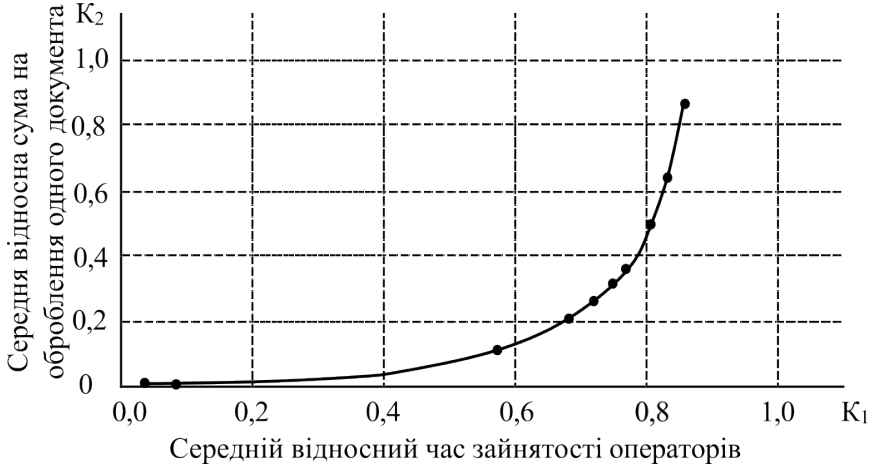

Рисунок 4.7 – Множина Парето розв'язків задачі з використанням методу дихотомії

Аналіз статистичних даних [22] показує, що середній час оброблення документа одним оператором становить 15,61 хв, що близько до оптимального значення 15,73 хв за значенням коефіцієнта згортки $\xi_1 = 0{,}3$. При цьому оператор буде зайнятий 4,34 год на день, а витрати на оброблення одного документа становитимуть 1,64 грн.

Проаналізуємо та порівняємо результати розв'язання задачі, отримані з використанням інших методів оптимізації.

Застосування алгоритму випадкового пошуку з поверненням у разі невдалого кроку, описаного в підрозділі 3.4, зі значеннями параметрів $\alpha_0 = 0,2, \beta = 0,5, \gamma = 0,9, R = 20$, дало змогу отримати результати, подані в табл. А. 4. Множину Парето зображено на рис. 4.8.

За значення коефіцієнта згортки $\xi_1 = 0{,}3$ оптимальне значення середнього часу оброблення документа одним оператором становить 15,84 хв, що з достатньою точністю збігається з результатами, отриманими за методом дихотомії. Оператор буде зайнятий 4,36 год на день, а витрати на оброблення одного документа становитимуть 1,65 грн.

Після отримання результатів розв'язання задачі із застосуванням генетичного алгоритму, викладеного в підрозділі 3.4, було розглянуто чотири варіанти рішень із різними значеннями параме-

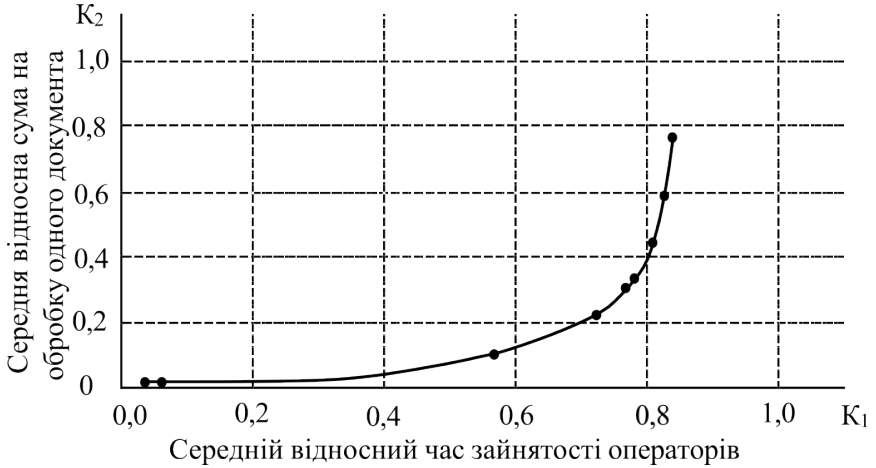

Рисунок 4.8 – Множина Парето розв'язків задачі з використанням методу випадкового пошуку

трів алгоритму – розміру популяції особин і кількості поколінь, зазначеними в табл. 4.3. Значення ймовірностей кросинговеру $P_{скр}$ і мутації $P_{мут}$ становлять 0,1.

Таблиця 4.3 – Параметри генетичного алгоритму для різних варіантів моделювання

№ варіанта	**1**	**2**	**3**	**4**
Розмір популяції $N_{поп}$	25	25	50	50
Кількість поколінь $N_{пок}$	25	50	25	50

Результати розв'язання задачі за кожним варіантом подано в табл. А.5–А.8, а множини Парето зображено на рис. 4.9–4.12.

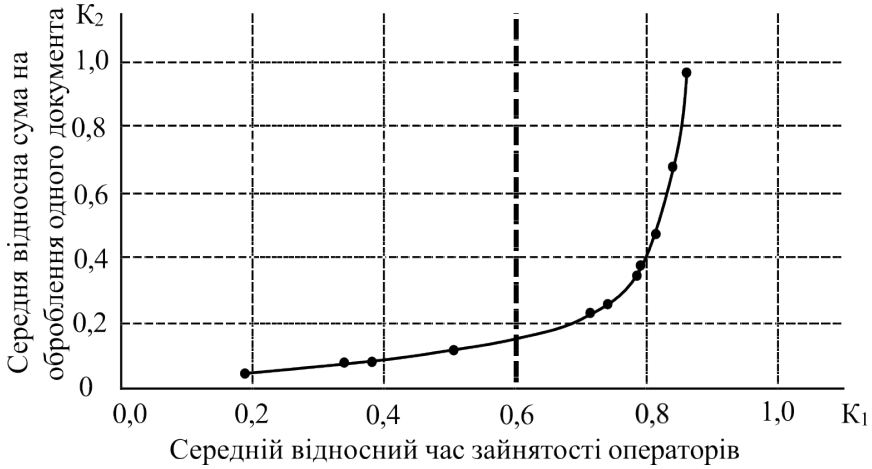

Рисунок 4.9 – Множина Парето розв’язків задачі з використанням генетичного алгоритму (варіант 1)

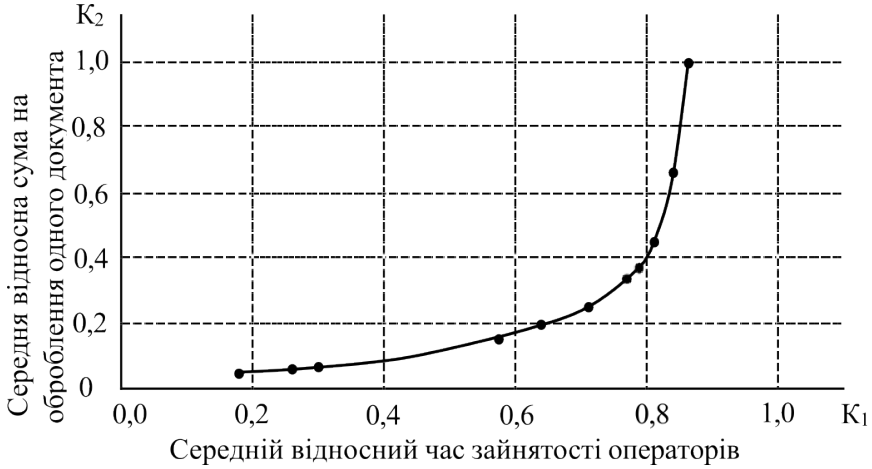

Рисунок 4.10 – Множина Парето розв’язків задачі з використанням генетичного алгоритму (варіант 2)

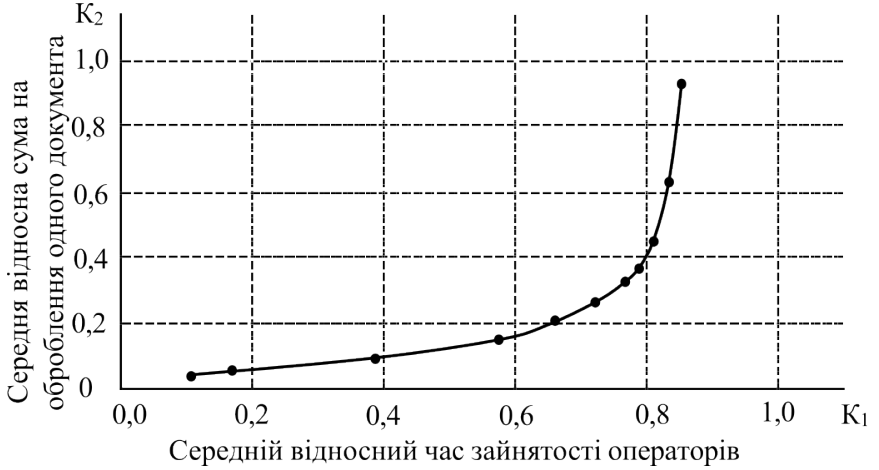

Рисунок 4.11 – Множина Парето розв'язків задачі з використанням генетичного алгоритму (варіант 3)

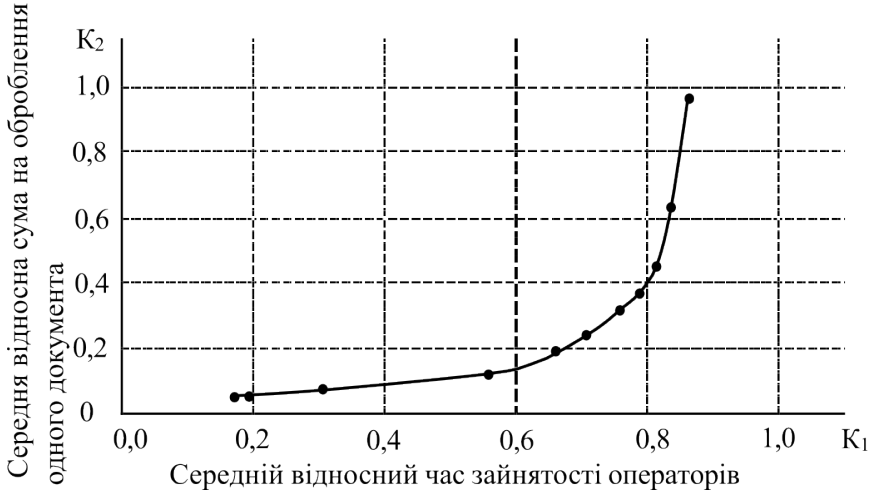

Рисунок 4.12 – Множина Парето розв'язків задачі з використанням генетичного алгоритму (варіант 4)

Дані таблиць і рисунків засвідчують, що найкращі результати забезпечує 4-й варіант (табл. 4.4). При значенні коефіцієнта згортки $\xi_1 = 0{,}3$ для цього варіанта оптимальне значення становить

15,71 хв, що практично збігається зі значенням, отриманим методом дихотомії. Оператор буде зайнятий 4,33 год на день, а витрати на оброблення одного документа становитимуть 1,64 грн.

Таблиця 4.4 – Витрати часу на четвертий розв'язок задачі оптимізації ЦДОІ за різними методами оптимізації

Метод оптимізації	**Час розв'язання задачі**	**Оптимальне значення для випадку $\xi_1 = 0,3$**
Метод дихотомії	22 с	15,73 хв
Метод випадкового пошуку	36 с	15,84 хв
Генетичний алгоритм:		
Варіант 1	9 хв 28 с	13,64 хв
Варіант 2	11 хв 36 с	16,44 хв
Варіант 3	22 хв 18 с	16,30 хв
Варіант 4	41 хв 01 с	15,71 хв

Наведені в таблиці дані засвідчують, що найбільших витрат часу потребує генетичний алгоритм, водночас забезпечуючи оптимальний результат. Метод випадкового пошуку демонструє значно менший час обчислень, який є зіставним із витратами часу на оптимізацію за методом дихотомії.

Отже, варто ще раз наголосити, що той самий метод, який у будь-якому випадку дає змогу отримати прийнятний розв'язок, може виявитися неефективним, зокрема за витратами часу для різних задач оптимізації.

Методика адаптивного управління роботою ЦДОІ

Для складання рандомізованого плану (3.12) роботи одного оператора на один день використаємо оптимальне значення 15,73 хв. У зв'язку зі зменшенням кількості документів, що надходять, план розрахований на 15 документів.

Бланк рандомізованого плану, заповнюваного оператором, оформлений у вигляді табл. А.8. Статистичні дані спостережень за рандомізованими планами, зібрані протягом

15 днів, подано в додатку Б. Узагальнимо результати спостережень за роботою центру документального опрацювання інформації.

Маємо: $r = 0, \tau_1 - \tau_0 = 15$ робочих днів (3 тижні), $N = 15$ документів на день, $\xi_1 = 0{,}3$, $\mu_0 = 1/15{,}73$хв$^{-}1$, $F_0 = 0{,}753$. Оберемо $R = 3$, тобто будемо опрацьовувати статистичні дані, отримані протягом кожного тижня. Такий вибір зумовлений невеликою кількістю документів, що надійшли в роботу. Слід зазначити, що в разі вибору меншого відрізка часу слід використовувати теорію малих вибірок для отримання коректного результату [23]

Результати статистичного опрацювання даних для кожного тижня і значення критеріїв, розраховані за моделлю (4.21)–(4.24), (4.26), (4.27), подано в табл. 4.5.

Таблиця 4.5 – Показники функціонування центру документального опрацювання інформації за тижнями спостережень

Номер тижня спостереження k	**1**	**2**	**3**
Кількість документів за тиждень n_k	19	18	20
Середній час оброблення $\bar{t}_{\text{обр}}k$, хв	27,4	26,1	41,6
Середній час між надходженнями сусідніх документів $t_{\text{вх k}} = \frac{1}{\lambda}$, хв	126,3	133,3	120,0
Критерій оптимальності K_1	0,708	0,674	0,807
Критерій оптимальності K_2	0,274	0,261	0,416
Функція згортки $F(\xi, K_1, K_2)_{\xi=0,3}$	0,721	0,720	0,651

За формулою (3.6) знаходимо середні значення критеріїв:

$$\tilde{K}_1^1 = 0,730, K_2^1 = 0,317.$$

Значення функції згортки за таких значень критеріїв і коефіцієнта $\xi = 0,3$ визначається за формулою (3.18) і становить $\tilde{F}_1 \approx 0,697$.

Оцінки дисперсій критеріїв обчислюються за такою формулою (3.20):

$$\tilde{\sigma}_1^2 = 0,005, \tilde{\sigma}_2^2 = 0,007.$$

Тоді за формулою (3.21) отримаємо $\tilde{\sigma}_F = 0,064$.

Таблиця 4.6 – Межі довірчого інтервалу, розраховані за різних значень довірчої ймовірності γ

γ	**0,80**	**0,90**	**0,95**	**0,98**	**0,99**
ε	0,082	0,105	0,125	0,148	0,164
F_{r+1}^{-}	0,615	0,592	0,572	0,549	0,533
F_{r+1}^{+}	0,779	0,802	0,822	0,845	0,861

За обраних значень γ оптимальне значення функції згортки $F_0 = 0,753$ міститься всередині довірчого інтервалу $J_1\gamma$. Тому в цьому разі необхідність коригування має визначатися ОПР [24].

Модель оптимізації ЦДОІ за змінного середнього часу оброблення документів

Розглянемо роботу центру документального оброблення інформації, коли інтенсивність обслуговування, а отже і середній час оброблення документів змінюється протягом одного робочого дня.

Така зміна зумовлена несталим темпом роботи операторів, що залежить від їхнього фізичного й психологічного стану. Тому врахування добового ритму роботи оператора в математичній моделі є важливим як з ергономічної, так і з економічної точки зору.

Вважатимемо, що зміна інтенсивності оброблення документів описується такою шматково-лінійною функцією:

$$\mu(t) = \begin{cases} \mu_i \ \text{ якщо } t \in [(i-1)\Delta t,\, i\Delta t),\ i = \overline{1,\, n} \\ \mu_n \ \text{ якщо } t = T \end{cases} \qquad (4.30)$$

де n – кількість інтервалів проміжку $[0, T]$ часу, на яких інтенсивність обслуговування є сталою; $\Delta t = \frac{T}{n}$ – довжина цього інтервалу.

Середній за день час оброблення документа одним оператором становить:

$$\bar{t}_{\text{дн}} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{m_i}. \qquad (4.31)$$

Тоді задача оптимізації параметрів ЦДОІ формулюється таким чином: слід визначити значення вектора $(\mu_1, \mu_2, ..., \mu_n)$, що забезпечує досягнення максимуму критеріїв (4.26) і мінімуму критеріїв (4.27) за виконання умов (4.21)–(4.24), (4.30)–(4.31).

Приклад оптимізації роботи ЦДОІ за мінливого середнього часу оброблення документів

Розглянемо випадок, коли інтенсивність оброблення документів змінюється щогодини. Маємо: $M = 1$ оператор, $Q = 20$ документів, $\lambda = 1/24{,}64$хв$^{-1}$, $n = 8$, $\mu_i = [1/100; 1]$хв$^{-1}$, $T = 8$ год., $c_{\text{зп}} = 0{,}1$ грн/хв, $c_{\sum} = 10{,}42$ грн/документ, точність розв'язку системи (4.21)–(4.23) методом Ейлера $\Delta t = 0{,}1$ хв.

Результати оптимізації з використанням генетичного алгоритму подано в табл. А.10–А.16, відповідні множини Парето і графіки оптимальних значень інтенсивності оброблення документів протягом робочого дня – на рис. А.1–А.14. На рис. 4.13–4.14 наведено результати за $N_{\text{поп}} = 100$ і $N_{\text{пок}} = 100$.

Якщо $\xi_1 = 0, 3$, оператор буде зайнятий 5,09 год на день, а витрати на оброблення одного документа становитимуть 1,08 грн. Порівнюючи отримані результати з відповідними показниками для сталого середнього часу оброблення документів, встановлено, що зросло навантаження на оператора й водночас зменшилися витрати на цю операцію.

Слід зазначити, що збільшення кількості оптимізованих параметрів вимагало відповідних змін параметрів генетичного алгоритму для отримання прийнятної точності оптимального розв'язку.

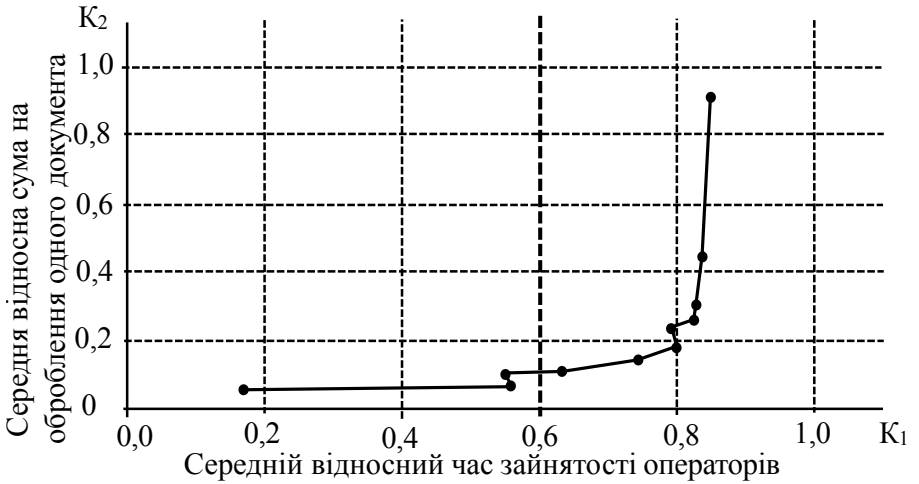

Рисунок 4.13 – Множина Парето розв'язків задачі

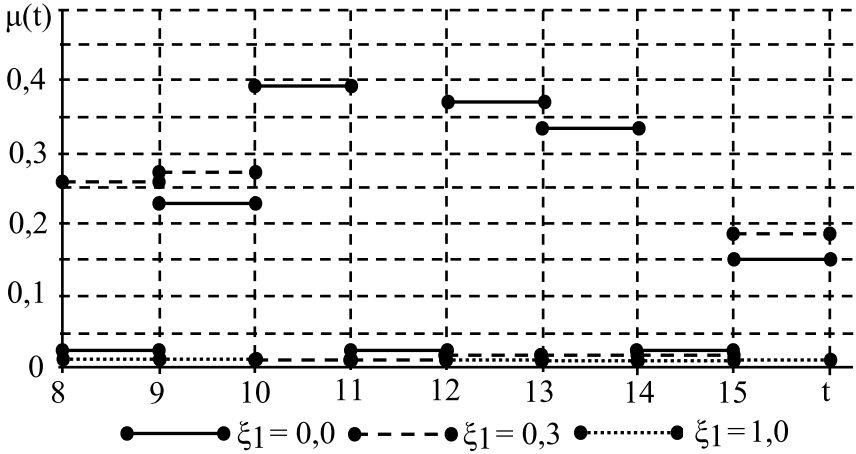

Рисунок 4.14 – Графіки оптимальних значень інтенсивності оброблення документів за різних коефіцієнтів згортки ξ_1

4.4 Оптимізація параметрів пошуку та обслуговування наземних об'єктів літальними апаратами

Розглянемо приклад оптимізації параметрів системи активного обслуговування наземних об'єктів за допомогою бортових засобів ЛА, комплексну модель якої описано в підрозділі 2.4.

Модель активного обслуговування наземних об'єктів

Вважатимемо, що у випадковій точці кожної з трьох ($L = 3$) ізольованих зон $[a_1, b_1]$, $[a_2, b_2]$ та $[a_3, b_3]$ перебуває по одному об'єкту.

У першій та третій зонах координата шуканого об'єкта розподілена за рівномірним законом, а у другій – має нормальний розподіл із відомими характеристиками m_x і σ_x. Пошук у кожній зоні здійснюється за допомогою окремого ЛА (у цьому разі – літака).

Для простоти розрахунків припустимо, що всі ЛА мають однакові характеристики, а апаратура огляду наземної поверхні надійно зафіксована.

Зважаючи на викладене, комплексна модель САО (2.49)–(2.62) набуде такого вигляду:

$$\frac{dx_i}{dt} = V_i(t),$$

$$d\frac{V_i}{dt} = \frac{1}{m}\left(P_i - (c_{x2}\alpha_i^2 + c_{x1}\alpha_i + c_{x0})S\frac{\rho V^2}{2}\right), \qquad (4.32)$$

$$P_i = c_P\delta_{Pi},$$

$$\alpha_i = \frac{mg - \frac{c_{y0}S\rho V_i^2}{2}}{P + \frac{c_{y1}S\rho V_i^2}{2}}, \quad i = 1,2,3,$$

$$w_1 = h\cdot\operatorname{ctg}(\gamma_x + \gamma_u), \quad w_2 = h\cdot\operatorname{ctg}(\gamma_z - \gamma_x + \gamma_u) - w_1,$$

$$\gamma_u = \frac{\gamma_x - \gamma_z \pm \arccos(\cos\gamma_z\cdot\cos\gamma_x) + 2\pi n_u}{2}, \qquad (4.33)$$

$$n_u \in Z : 0 < \gamma_u < \gamma_x$$

$$\frac{dq_1}{dt} = \frac{-q_{\text{вияв }1}V}{b_1 - a_1}q_1,$$

$$\frac{dq_2}{dt} = \frac{-q_{\text{вияв }2}V}{\sigma_x\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\left(\frac{x + w_1 + w_2 - m_x}{\sigma_x\sqrt{2\pi}}\right)^2\right), \qquad (4.34)$$

$$\frac{dq_3}{dt} = \frac{-q_{\text{вияв }3}V}{b_3 - a_3}q_3,$$

$$\frac{dp_0}{dt} = -p_0\sum_{i=1}^{L}\lambda_i + \mu_{\text{оп}1}p_{\text{оп}} + \mu_{\text{обс}}p_{\text{обс}},$$

$$\frac{dp_i}{dt} = -\mu_i p_i + \lambda_i p_0, \quad i = 1,2,3,$$

$$\frac{dp_{\text{оп}}}{dt} = -(\mu_{\text{оп }1} + \mu_{\text{оп }2})p_{\text{оп}} + \sum_{i=1}^{L}\mu_i p_i, \qquad (4.35)$$

$$\frac{dp_{\text{обс}}}{dt} = -\mu_{\text{обс}}p_{\text{обс}} + \mu_{\text{обс }2}p_{\text{оп}},$$

$$p_0(t) + \sum_{i=1}^{L}p_i(t) + p_{\text{оп}}(t) + p_{\text{обс}}(t) = 1, \quad t \in [0,T].$$

Початкові умови для цієї системи мають такий вигляд:

$$\begin{gathered} x_i(0) = (a_i - w_1) \text{ м}, V_i(0) = 100 \text{ м/с}, \\ q_1(0) = q_2(0) = q_3(0) = 1, \\ p_0(0) = 1, p_i(t) = 0, i = 1, 2, 3, \\ p_{\text{оп}}(t) = p_{\text{обс}}(t) = 0. \end{gathered} \tag{4.36}$$

Параметри всіх літаків і характеристики їхнього польоту позначено такими загальними умовними символами:

$$\begin{gathered} S = 1 \text{ м}^2, h = 1\ 000 \text{ м}, \rho = 1{,}1092 \text{ кг/м}^3, \\ c_P = 76{,}39 \text{ кгс/рад}, \tau = 0{,}5 \text{ с}, \\ c_{y0} = 0{,}025, c_{y1} = 4{,}92, \\ c_{x0} = 0{,}029273, c_{x1} = -3{,}697 \cdot 10^{-4}, c_{x2} = 6{,}97 \cdot 10^{-4}. \end{gathered} \tag{4.37}$$

Для зон пошуку встановлено умовні межі:

$$\begin{gathered} a_1 = 5\ 000 \text{ м}, a_2 = 20\ 000 \text{ м}, \\ b_1 = 20\ 000 \text{ м}, b_2 = 70\ 000 \text{ м}, \\ a_3 = 70\ 000 \text{ м}, b_3 = 100\ 000 \text{ м}. \end{gathered} \tag{4.38}$$

При цьому параметри нормального розподілу визначені так:

$$m_x = 45\ 000 \text{ м}, \sigma_x = 10 \text{ м}. \tag{4.39}$$

Бортова апаратура ЛА дає змогу виявляти об'єкти, присутні на інтервалі пошуку, з імовірністю:

$$q_{\text{вияв 1}} = q_{\text{вияв 2}} = q_{\text{вияв 3}} = 0,9. \tag{4.40}$$

Окрім цього, визначено такі характеристики моделі пошуку та обслуговування:

$$\begin{gathered} p_{\text{кп і}} = \frac{1}{3}, \bar{t}_{\text{кп}} = 1 \text{ с}, \\ \lambda_i = \frac{p_{\text{кп і}}}{\bar{t}_{\text{кп}}}, \mu(t) = \frac{1 - q_i(t)}{\bar{t}_{\text{п і}}}, i = 1, 2, 3, \\ \mu_{\text{обс}} = \frac{1}{t_{\text{обс}}}, \mu_{\text{оп 1}} = \frac{1 - \text{p}_{\text{оп 2}}}{\bar{t}_{\text{оп}}}, \mu_{\text{оп 2}} = \frac{\text{p}_{\text{оп 2}}}{\bar{t}_{\text{оп}}}, \text{p}_{\text{оп 2}} = e^{-c_{\text{оп}} \bar{t}_{\text{оп}}}, \end{gathered} \tag{4.41}$$

де $c_{\text{оп}} = 0{,}01$ – коефіцієнт пропорційності.

Параметрами САО, що оптимізуються, є середній час пошуку у i-й зоні $\bar{t}_{\text{п i}}, i = 1, 2, 3$, середній час ідентифікації виявленого об'єкта $\bar{t}_{\text{оп}}$, середній час обслуговування об'єкта $\bar{t}_{\text{обс}}$, кут відхилення δ_{Pi}; важіль керування двигуном кожного ЛА, а також такі компоненти вектора $C_{\text{БА}}$, як вертикальне поле зору γ_x пошукового обладнання і кут γ_z між горизонтальною віссю ЛА та лінією візування пошукового обладнання ЛА. Допустимі значення обраних параметрів оптимізації визначаються особою, яка приймає рішення.

Критеріями оптимальності САО оберемо такі характеристики системи:

– ймовірність того, що система перебуває в стані пошуку:

$$K_1(T) = \sum_{i=1}^{3} p_i(T) \to \min; \tag{4.42}$$

– ефективність функціонування системи, оцінювана за середніми витратами часу на пошук та індентифікацію об'єктів у всіх зонах, а також обслуговування об'єктів, що належать до 2-го класу, визначається такою залежністю:

$$\begin{gathered} K_2(T) = 1 - \exp(-c_{\text{еф}}(\bar{t}_{\text{оп}}\text{п } 1 + \bar{t}_{\text{п } 2} + \\ + \bar{t}_{\text{п } 3} + \bar{t}_{\text{оп}} + \bar{t}_{\text{обс}}) \to \max, \end{gathered} \tag{4.43}$$

де $c_{\text{еф}}$ – коефіцієнт пропорційності.

Тоді багатокритеріальна задача оптимізації розглянутого виду САО формулюється так:

Потрібно визначити вектор оптимізованих параметрів $\omega = (\bar{t}_{\text{п } 1}, \bar{t}_{\text{п } 2}, \bar{t}_{\text{п } 3}, \bar{t}_{\text{оп}}, \bar{t}_{\text{обс}}, \delta_{\text{P1}}, \delta_{\text{P2}}, \delta_{\text{P3}}, \lambda_x, \gamma_z)$, за якого вектор критеріїв $K = (K_1, K_2)$ набуває екстремуму, значення якого задаються співвідношеннями (4.43)–(4.44) за виконання умов (4.32)–(4.42).

Для розв'язання задачі було використано метод вектора спаду, який є стохастичним аналогом методу можливих напрямків і модифікацією алгоритму випадкового пошуку з поверненням у разі невдалого кроку. Під час розв'язання системи (4.32)–(4.36) було використано метод Ейлера із кроком інтегрування $\Delta t = 0,1$с, що забезпечує прийнятну точність.

Результати розв'язання цієї задачі подано в табл. А.10, а відповідну множину парето-оптимальних варіантів розв'язання наведено на рис. 4.15.

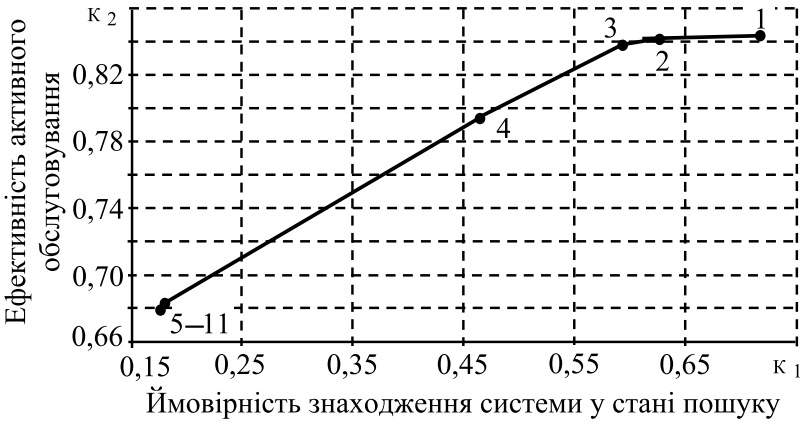

Рисунок 4.15 – Множина Парето розв'язків задачі

Дані таблиці засвідчують, що за необхідності забезпечення не менше ніж 79 % ефективності роботи САО слід встановити такі значення параметрів системи: кути відхилення важеля керування двигуном $\delta_{\text{Р}1} = 90°$, $\delta_{\text{Р}2} = 30°$ і $\delta_{\text{Р}3} = 90°$; кут між горизонтальною віссю ЛА й лінією візування пошукового обладнання $\gamma_z = 64°$; вертикальне поле зору пошукового обладнання $\gamma_x = 150$; середній час пошуку об'єктів в 1-й і 2-й зонах $\bar{t}_{\text{п i}} = 200$ с, $i = 1, 2$, а в 3-й – $\bar{t}_{\text{п}}3 = 50$ с; середній час ідентифікації виявлених об'єктів $\bar{t}_{\text{оп}} = 10$ с середній час обслуговування виявлених об'єктів, що належать до 2-го класу, $\bar{t}_{\text{обс}} = 600$ с. При цьому система буде витрачати 46,7 % свого часу на пошук об'єктів у зонах простору.

Слід зазначити, що збільшення кількості оптимізованих параметрів призводить до збільшення витрат часу на виконання обчислень, тому вимагає вибору адекватного методу оптимізації.

4.5 Вибір параметрів системи ідентифікації об’єктів

У підрозділі розкрито проблему вибору параметрів обладнання ідентифікації (упізнавання) об’єктів. Це обладнання входить до складу САО, розглянутої у підрозділі 4.4.

Запропоновано аналітичні моделі для загального оцінювання ефективності системи [25] та імітаційну модель, що враховує реальні умови роботи [26]. Адекватність функціонування імітаційної моделі перевіряється за допомогою відповідних аналітичних моделей.

Процес ідентифікації об’єктів полягає у прийманні відповідних сигналів від об’єктів системою впізнавання, аналізі й обробленні отриманих сигналів та формуванні й видачі відповідних сигналів для об’єктів [27].

Структура системи ідентифікації об’єктів

Система ідентифікації об’єктів (СІО) є трифазовою системою масового обслуговування (СМО), кожна фаза якої є окремою СМО (рис. 4.16):

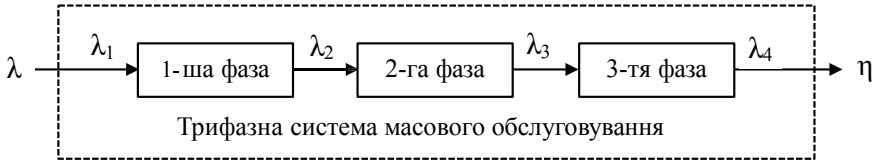

Рисунок 4.16 – Структура системи ідентифікації об’єктів

1-ша фаза – багатоканальна СМО з відмовами – є моделлю підсистеми приймання сигналів;

2-га фаза – одноканальна СМО з чергою – реалізує підсистему аналізу, оброблення та перевірки отриманих і формування відповідних сигналів;

3-тя фаза – одноканальна СМО з відмовами – є підсистемою передавання відповідних сигналів.

Тут вхідний потік утворюється заявками, що надходять у СІО, – сигналами від об’єктів, що перебувають у зоні дії системи. Приладами обслуговування є приймальні прилади, прилади оброблення

та передавання сигналів. Обслуговування заявки системою – це її послідовне опрацювання на всіх фазах цієї системи.

Для опису функціонування СІО залежно від виду фаз системи, їхньої взаємодії, а також параметрів системи слід використовувати різні математичні моделі. При цьому повне врахування численних особливостей роботи СІО можливе лише за умови імітаційного моделювання.

Аналітичні моделі СІО

Пропоновані аналітичні моделі СІО є окремим різновидом математичної моделі НСО, розглянутої у підрозділі 2.1. Водночас досліджується стаціонарний режим функціонування системи, оскільки час її роботи на кілька порядків перевищує час між надходженнями заявок та час обслуговування в кожній фазі. Ці аналітичні моделі призначені для оцінювання ймовірностей обслуговування та для перевірки результатів імітаційного моделювання СІО, розглянутого нижче.

Введемо такі позначення параметрів СІО, що використовуються в усіх розглянутих моделях [26]: λ – інтенсивність потоку заявок, що надходять на обслуговування; $\mu_k = \frac{1}{\bar{t}_{\text{обс k}}}$ – інтенсивність обслуговування заявок у k-й фазі системи, де $\bar{t}_{\text{обс k}}$ – середній час обслуговування заявки у k-й фазі, $k = 1, 2, 3$; μ'_k – еквівалентна інтенсивність обслуговування у k-й фазі (див. нижче), $k = 1, 2, 3$; $\rho'_k = \frac{\lambda}{\mu'_k}$ – наведена інтенсивність обслуговування у відповідній k-й фазі, $k = 1, 2, 3$; M – кількість каналів (приладів) обслуговування у 1-й фазі системи; Q – довжина черги заявок у 2-й фазі системи; $\nu = \frac{1}{\bar{t}_{\text{оч}}}$ – інтенсивність потоку вибування заявок із черги 2-ї фази системи, де $\bar{t}_{\text{оч}}$ – середній час очікування заявки в черзі; $k = \frac{\nu}{\mu'_2}$ – наведена інтенсивність потоку вибування заявок із черги; $\chi_k = \frac{\bar{t}_{\text{обс k}}}{\bar{t}_{\text{обс 2}}}$ – відносна (до 2-ї фази) інтенсивність обслуговування заявок, $k = 1, 3$.

Нехай також S_{ijk} – стан системи, за якого у 1-й фазі СІО перебуває i вимог, у 2-й фазі – j вимог, а в 3-й – k вимог відповідно, при цьому p_{ijk} – ймовірність того, що система перебуває у стані S_{ijk}

Модель СІО, що враховує наявність вимог у всіх фазах системи, стає надмірно громіздкою для отримання аналітичного розв'язку. Тому в низці випадків є зручною так звана еквівалентна заміна (приведення) фаз системи, розглянута нижче. У результаті такого приведення фаз стан СІО визначатиметься лише наявністю вимоги у відповідній фазі, що дає змогу використовувати спрощені математичні моделі та отримувати аналітичний розв'язок для стаціонарного режиму роботи СІО.

Приведення фази системи

Подамо фазу СІО у вигляді одноканальної СМО з відмовами, в якій імовірність обслуговування дорівнює ймовірності обслуговування у вихідній СМО з урахуванням поточного значення інтенсивності вхідного потоку. Таке подання називатимемо еквівалентною (за цим критерієм) заміною вихідної СМО на одноканальну СМО з відмовами або ж приведенням вихідної СМО до неї (за тим самим критерієм).

Нехай довільна фаза СІО є СМО певного типу з інтенсивністю вхідного потоку λ^* та інтенсивністю обслуговування заявок μ^*, при цьому $\lambda^* = \lambda \cdot P^*$, де P^* – ймовірність обслуговування багатофазової СМО, що містить всі попередні фази СІО.

Розрахуємо еквівалентну інтенсивність обслуговування μ'. Для вихідної СМО за типом системи та її параметрами розраховуємо ймовірність обслуговування заявок у цій системі. Прирівнявши цю ймовірність до ймовірності обслуговування в еквівалентній одноканальній СМО з відмовами, отримуємо такий вираз:

$$P^*_{\text{обс}} = \frac{1}{1+\rho'}, \rho' = \frac{\lambda}{\mu'},$$

звідки знаходимо необхідну еквівалентну інтенсивність обслуговування:

$$\mu' = \frac{1}{\frac{1}{P^*_{\text{обс}}} - 1} = \frac{\lambda \cdot P^*}{\frac{1}{P^*_{\text{обс}}} - 1}$$

Слід зазначити, що такий спосіб застосовується лише у разі, коли ця фаза не залежить від інших фаз СІО. Якщо ж така залежність

існує, варто вводити коригувальні коефіцієнти, що враховують її, або відмовитися від застосування методу приведення для цієї фази.

Модель системи без блокування

Вважатимемо, що кожна з фаз системи діє незалежно. В такому разі граф переходів СІО матиме вигляд, поданий на рис. 4.17.

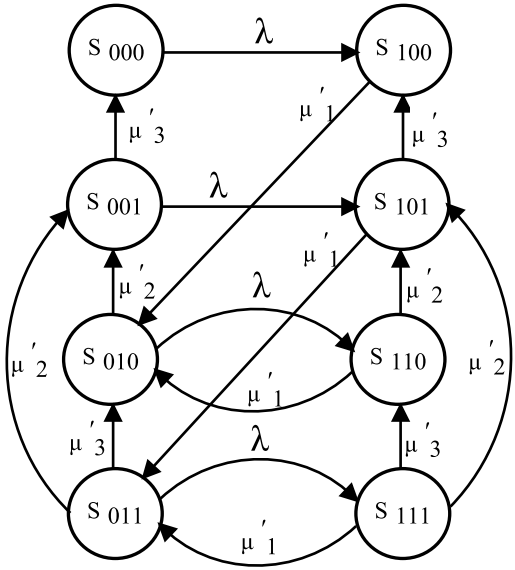

Рисунок 4.17 – Граф переходів моделі СІО без блокування

Відповідно до цього графа переходів отримуємо таку модель системи:

$$
\begin{aligned}
p_{000} &= ((1+\rho_1')\cdot(1+\rho_2')\cdot(1+\rho_3'))^{-1},\\
p_{001} &= \rho_3'\cdot p_{000},\\
p_{011} &= \frac{\lambda^2\mu_1'(\mu_1'+\mu_2'+\mu_3')}{\mu_3'(\mu_1'+\mu_2')(\mu_2'+\mu_3')(\mu_1'+\mu_3')}p_{000},\\
p_{101} &= \frac{\lambda^2(\lambda+\mu_1'+\mu_2'+\mu_3')}{\mu_3'(\mu_1'+\mu_2')(\mu_1'+\mu_3')}p_{000},\\
p_{111} &= \frac{\lambda}{\mu_1'+\mu_2'+\mu_3'}p_{011},\\
p_{010} &= \frac{(\lambda+\mu'3)}{\mu_2'}p_{001}-p_{011},\\
p_{100} &= \rho_1'p_{000}+\frac{\mu_3'}{\mu_1'}p_{101},\\
p_{110} &= \frac{\lambda}{\mu_1'+\mu_2'}p_{010}+\frac{\mu_3'}{\mu_1'+\mu_2'}p_{111}.
\end{aligned}
$$

Імовірність обслуговування заявок системою є відношенням добутку ймовірності знаходження вимог в останній фазі та інтенсивності обслуговування в цій фазі до інтенсивності вхідного потоку [28].

Отримуємо:

$$
P_{\text{обсз н}} = (p_{001}+p_{101}+p_{011}+p_{111})\frac{\mu_3'}{\lambda} = \frac{[\rho_a+\rho_d\cdot[\rho_c+\rho_d]]}{\rho_a\cdot\rho_b},
$$

де

$$
\begin{aligned}
\rho_a &= (\rho_1'+\rho_2')\cdot(\rho_1'+\rho_3')\cdot(\rho_2'+\rho_3'),\\
\rho_b &= (1+\rho_1')\cdot(1+\rho_2')\cdot(1+\rho_3'),\\
\rho_c &= \rho_1'\cdot\rho_2'\cdot\rho_3',\\
\rho_d &= \rho_1'\rho_2'+\rho_1'\rho_3'+\rho_2'\rho_3'.
\end{aligned}
$$

Модель системи з повним блокуванням

Розглянемо випадок, коли надходження заявки в 3-тю фазу призводить до блокування прийняття заявок у 1-шу фазу, а обслуговування заявки в 3-й фазі – до втрати заявок, які обслуговуються

у 1-й і 2-й фазах. Граф переходів СІО для цієї моделі подано на рис. 4.18

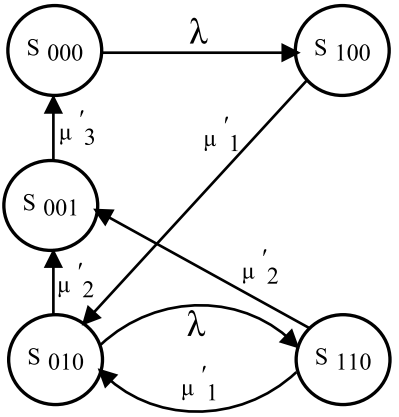

Рисунок 4.18 – Граф переходів моделі СІО з повним блокуванням

Використовуючи граф переходів, отримуємо таку модель СІО:

$$p_{000} = (1 + \rho_1' + \rho_2' + \rho_3')^{-1},$$
$$p_{001} = \rho_3' \cdot p_{000},$$
$$p_{100} = \rho_1' \cdot p_{000},$$
$$p_{010} = (\rho_2'(\rho_1' + \rho_2'))(\rho_1' + \rho_2' + \rho_1'\rho_2')p_{000},$$
$$p_{110} = \frac{\rho_1'\rho' 2^2}{(\rho_1 + \rho_2' + \rho_1'\rho_2')}p_{000}.$$

Тоді ймовірність обслуговування в системі визначаємо так:

$$P_{\text{обсз п}} = \frac{p_{001}\mu_3'}{\lambda} = \frac{p_{001}}{\rho_3'} = p_{000} = (1 + \rho_1' + \rho_2' + \rho_3') - 1.$$

Як зазначалося вище, ця модель придатна для системи тільки з одним каналом у 1-й фазі. У разі введення багатоканальної 1-ї фази слід врахувати блокування заявок, що призводить до зменшення інтенсивності потоку заявок та їх втрати в цій фазі.

Порівняння моделей СІО

Порівняємо ймовірності обслуговування трифазних СІО без блокування і з повним блокуванням. Припустимо, що інтенсивності обслуговування заявок у кожній із трьох фаз обох систем

рівні, тобто $\mu_1' = \mu_2' = \mu_3' = \mu$, або, переходячи до наведених інтенсивностей обслуговування, $\rho_1' = \rho_2' = \rho_3' = \rho'$.

Тоді отримуємо вираз:

$$P_{\text{обсз н}} = \frac{3\rho^2 + 9\rho + 8}{8}(1+\rho)^3, \quad P_{\text{обсз п}} = \frac{1}{1+3\rho}.$$

Розглянемо різницю між цими ймовірностями:

$$\Delta P_{\text{обсз}} = P_{\text{обсз н}} - P_{\text{обсз п}} = \frac{\rho(3+\rho)^2}{8(1+3\rho)(1+\rho)^3}.$$

Очевидно, що $\Delta P_{\text{обсз}} > 0$ при $\rho > 0$.

За необхідної умови екстремуму функції отримуємо такий вираз:

$$\frac{d(\Delta P_{\text{обсз}})}{d\rho} = \frac{3(3+\rho)(1-\rho-7\rho^2-\rho^3)}{8(1+3\rho)^2(1+\rho)^4}.$$

Розв'язуючи рівняння $1-\rho-7\rho^2-\rho^3 = 0$ з урахуванням додаткового обмеження $0 < \rho \leq 0$, отримуємо значення $\rho^* \approx 0{,}3075$, за якого різниця максимальна.

Отже, введення блокування зменшує ймовірність обслуговування, при цьому максимальне зменшення досягається при $\rho^* \approx 0{,}3075$.

Моделі системи із неповним блокуванням

Розглянемо випадок, коли на відміну від моделі з повним блокуванням, блокування спричиняє збій заявок, що надходять, проте вони приймаються в систему на обслуговування та відсіюються лише на виході з 1-ї фази, що відповідає технічній реалізації оброблення сигналів і дає змогу врахувати реальне завантаження системи. Граф переходів для системи з одним каналом у 1-й фазі подано на рис. 4.19.

Розв'язуючи систему рівнянь, отриману за допомогою графа переходів, можемо обчислити ймовірність обслуговування в цій системі таким способом:

$$P_{\text{обсз ч1}} = \frac{(p_{001} + p_{101})\mu_3'}{\lambda} = p_{000} = (1 + \rho_1' + \rho_2' + \rho_3')^{-1}.$$

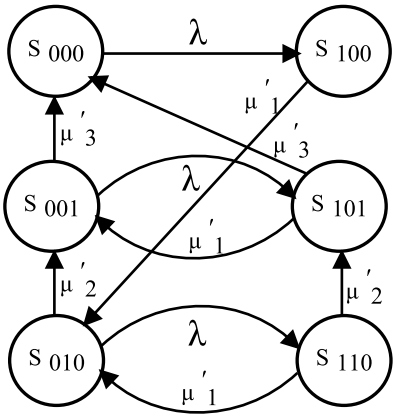

Рисунок 4.19 – Граф переходів моделі СІО з неповним блокуванням і одним каналом у 1-й фазі

Отже, незважаючи на збільшення завантаження системи за рахунок обслуговування в 1-й фазі заявок, що збилися через блокування, ймовірність обслуговування заявок залишилася такою самою, як і в наведеній вище моделі з повним блокуванням.

Розглянемо систему із двома каналами в 1-й фазі. Не будемо використовувати приведення 1-ї фази з необхідністю врахування блокування. Тоді для цієї системи отримуємо граф переходів, поданий на рис. 4.20.

Розв'язуючи систему рівнянь, отриману з цього графа переходів, обчислюємо ймовірність обслуговування в цій системі:

$$P_{\text{обсз ч2}} = \frac{(p_{001} + p_{101} + p_{201})\mu'_3}{\lambda} = p_{000} = (1 + \rho'_1 + \rho'_2 + \rho'_3) - 1.$$

Розглянемо систему з трьома каналами в 1-й фазі також без приведення цієї фази. Граф переходів цієї системи подано на рис. 4.21.

Маємо такий вираз:

$$P_{\text{обсз ч3}} = \frac{(p_{001} + p_{101} + p_{201} + p_{301})\mu' 3}{\lambda} = p_{000} =$$
$$= (1 + \rho'_1 + \rho'_2 + \rho'_3) - 1.$$

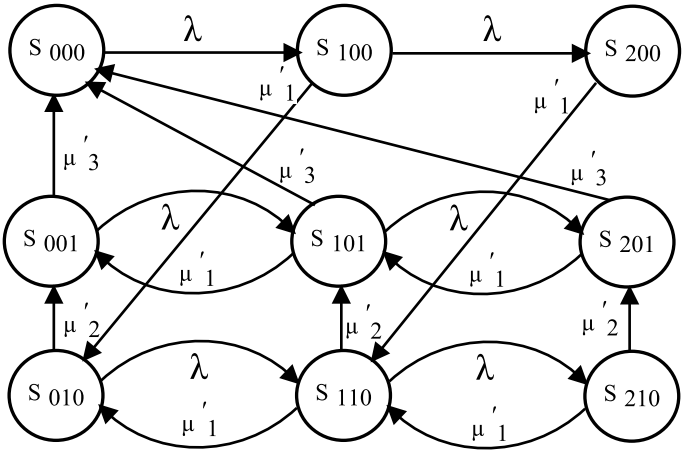

Рисунок 4.20 – Граф переходів моделі СІО з неповним блокуванням і двома каналами в 1-й фазі

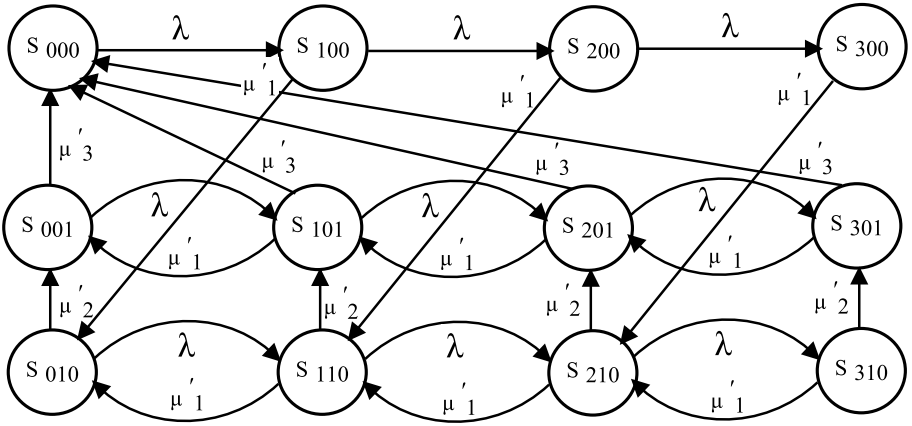

Рисунок 4.21 – Граф переходів моделі СІО з неповним блокуванням і трьома каналами в 1-й фазі

Отже, ймовірності обслуговування для систем із неповним блокуванням і з одним, двома та трьома каналами у 1-й фазі однакові.

Імітаційна модель СІО

Наведені вище аналітичні моделі СІО дають змогу оцінювати вплив блокування на функціонування системи, але не враховують особливостей реалізації системи. Для найбільш повного аналізу

функціонування СІО та вибору її параметрів необхідно використовувати імітаційне моделювання системи [26].

Вхідний потік заявок за рахунок наявності випадкових чинників як перешкод вважається пуассонівським. Час обслуговування заявок у кожній із фаз і час очікування в черзі 2-ї фази є сталими величинами.

Функціонування системи

Заявка вважається обслуженою трифазною СМО, якщо вона була послідовно опрацьована у всіх трьох фазах системи. Заявка, не опрацьована хоча б в одній із цих фаз, вважається такою, що отримала відмову в обслуговуванні, виключається із системи і є необслуженою.

Заявка отримує відмову в обслуговуванні у разі:

1) наявності черги, тобто якщо відповідна фаза повністю завантажена (зайняті всі канали і в черзі немає вільного місця);

2) зміни заявки, тобто якщо вона модифікується під впливом низки чинників, зумовлених взаємодією заявок:

– з імовірністю $P_{нз}$, якщо одночасно з обслуговування цієї заявки в 1-й фазі триває обслуговування інших заяв або на вхід 1-ї фази надходить нова заявка за наявності в ній хоча б однієї; у такому разі вважається, що з імовірністю $P_{нз}$ відбувається накладання заявок (на вході та в 1-й фазі);

– з імовірністю $P_{бз}$, якщо під час надходження цієї заявки або її обслуговування в 1-й фазі інша заявка надходить на обслуговування чи обслуговується в 3-й фазі; вважається, що з ймовірністю $P_{бз}$ відбувається блокування заявок (на вході та у 1-й фазі).

Зміна цієї заявки та заявок у 1-й фазі відбувається за умови, якщо вони раніше не зазнавали змін, тобто зміни заявок не підсумовуються.

В імітаційній моделі ухвалення рішення про зміну заявки реалізоване під час її надходження на вхід 1-ї фази СІО, а в разі прийняття до системи вона обслуговується в 1-й фазі. Виконання обраного рішення здійснюється після обслуговування цієї заявки у 2-й фазі, якщо її було прийнято в цю фазу і вона не пішла з черги необслуженою.

Алгоритм моделювання системи

Відповідно до наведеного вище опису функціонування СІО була розроблена програма імітаційного моделювання цієї системи з такими реалізованими можливостями:

1) час між появою заявок розподілено за експонентним законом розподілу; час обслуговування у кожній із фаз і час очікування у черзі 2-ї фази є сталими величинами або розподілені за експонентним законом;

2) час перебування заявки в системі $T_{сист}$ сталий і визначається залежно від структури СМО за фіксованих термінів $\bar{t}_{обс\ 1}$, $\bar{t}_{обс\ 2}$ і $\bar{t}_{оч}$ у такий спосіб:

– за відсутності черги у 2-й фазі: $T_{сист} = \bar{t}_{обс\ 1} + \bar{t}_{обс\ 2}$;

– за організації черги у 2-й фазі і наявності буфера перед 3-ю фазою, що забезпечує стале значення часу $T_{сист}$ для кожної заявки, яка вийшла з 2-ї фази: $T_{сист} = \bar{t}_{обс\ 1} + \bar{t}_{обс\ 2} + \bar{t}_{оч}$, де $\bar{t}_{оч} = 2 \cdot \bar{t}_{обс\ 2}$;

3) можливість зміни заявок із заданими ймовірностями $P_{нз}$ і $P_{бз}$ та їх зняття з обслуговування після виходу з 2-ї фази;

4) встановлення параметрів системи: $\bar{t}_{обс\ k}$, k = 1, 2, 3, M, Q, B, k;

5) вибір кроку Δt і часу T моделювання системи; крок Δt встановлюється з урахуванням тривалості обслуговування заявок у кожній із фаз системи, а час T обирається залежно від необхідної кількості вхідних заявок для забезпечення потрібної точності ймовірності обслуговування $P_{обс}$.

Отже, розроблена програма дає змогу здійснити порівняльне оцінювання пропускної здатності СІО залежно від її структури та обраних параметрів і визначити параметри приладу, який моделюється за допомогою системи.

Результати моделювання системи

Задачу вибору параметрів СІО доцільно розв'язувати діалоговим методом спрямованого пошуку, розглянутим у підрозділі 3.3.

Маємо: $M \in [1;5]$, $Q \in [1;7]$, $B = 2$, $P_{нз} \in \{0;0,1;0,5;1\}$, $P_{бз} \in \{0;0,1;0,5;1\}$.

Крім того, λ, $\bar{t}_{обс\ 1}$ і $\bar{t}_{обс\ 3}$ при незмінному $\bar{t}_{обс\ 2}$ визначаються так, що $\rho_2 = \lambda \cdot \bar{t}_{обс\ 2} \in \{0{,}015, ..., 0{,}090\}$, $\chi_1 = \frac{\bar{t}_{обс\ 1}}{\bar{t}_{обс\ 2}} \in$

$\{0{,}533; 3{,}67; 8{,}33\}$; $\chi_3 = \frac{\bar{t}_{\text{обс 3}}}{\bar{t}_{\text{обс 2}}} \in \{1; 0{,}533; 0{,}2; 0{,}033\}$ (умовні дані). Як інтервал часу моделювання $[0, T]$ обрано інтервал довжиною 10 с. Крок моделювання Δt перебуває в діапазоні $[0, 1; 1, 0]$ мкс.

Результати імітаційного моделювання СІО подано на рис. А.15–А.17.

Отримані результати дають змогу зробити наведені нижче висновки про СМО з блокуванням.

1. Вплив виду заявок:

– імовірність обслуговування довгих заявок є меншою за аналогічний показник для середніх на 0,05–0,25, а для коротких – на 0,1–0,6;

– скорочення тривалості обслуговування в 3-й фазі може зменшити ймовірність обслуговування, якщо цей показник стане того самого порядку, що й тривалість обслуговування в 1-й фазі.

Для коротких заявок нижче наведено докладніший аналіз.

2. Вплив кількості каналів M:

– за $M = 1$ більша частина заявок втрачається вже на вході в 1-у фазу системи, а 2-га фаза завантажена недостатньо, забезпечуючи обслуговування всіх заявок, що надходять із 1-ї фази;

– за $M = 2$ забезпечується рівномірна завантаженість 1-ї і 2-ї фаз системи; попри те, що на вході втрачається менше заявок, наявність блокування призводить до того, що на 1-й фазі втрачається вже більше заявок, ніж за попередньої умови $(M = 1)$; тому наявність додаткового каналу зумовлює збільшення ймовірності обслуговування заявок усього на 0,01–0,15;

– за $M = 3$ ймовірність обслуговування практично не відрізняється від ймовірності обслуговування за $M = 2$.

3. Функціонування 2-ї фази: обрані параметри цієї фази забезпечують максимальну ефективність її роботи. При цьому зниження ефективності відбувається лише через відсіювання неправильно прийнятих заявок. Наявність черги вимагає збільшення тривалості перебування заявок у системі, оскільки інакше заявки, що очікували обслуговування в черзі, будуть втрачені на виході з буфера перед 3-ю фазою.

4. Вплив блокування і накладення заявок: блокування впливає на функціонування СІО. Накладення також призводить до погіршення роботи системи. Їхній вплив можна знизити шляхом зменшення тривалості обслуговування заявок у 1-й і 3-й фазах з одночасним вирівнюванням цих тривалостей (що підтверджують результати моделювання для коротких заявок), або підвищуючи ймовірність правильного приймання заявки за умови блокування і, відповідно, зменшуючи ймовірність збою заявок під час їх накладення. Це може бути забезпечено спеціальними методами подання необхідної інформації в структурі заявок.

Отже, рекомендується така структура СІО: два канали приймання заявок у 1-й фазі, один канал оброблення у 2-й фазі і черга на одну заявку, буфер ємністю одна-дві заявки (один канал у 3-й фазі, заданий за вихідними даними). Час перебування в СІО визначається як сума часу перебування заявки у 1-й фазі, у черзі та на опрацюванні у каналі 2-ї фази.

ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 4

1. Розроблено модель функціонування системи ПТО як окремий випадок моделі нестаціонарної системи обслуговування. Розв'язано задачу вибору оптимальної кількості протитанкових засобів двох видів. Виокремлено особливості застосування модифікованого методу Нелдера – Міда для цієї задачі й виконано їх порівняння.

Аналіз результатів розв'язку задачі показав, що для знищення не менше ніж 70 % танків необхідно в середньому 17 засобів першого виду і 6 засобів другого виду. При цьому вогнем супротивника знищено в середньому 3 засоби.

2. Запропоновано структуру ББнД, розглянуто її компоненти, виокремлено етапи проєктування системи. Модель функціонування ББнД подано як нестаціонарну систему масового обслуговування, розглянуту в розділі 2. Сформульовано і розв'язано задачу оптимізації параметрів технічних засобів ББнД. Якщо сума для вибору технічних засобів ББнД становить 200 000 грн, прийнятним

варіантом є чотирипроцесорна система з обсягом БЗП не менше ніж 12,5 МБ, розрахована на 51 запит. Максимальне навантаження на чергу за час роботи системи в середньому складе 12 запитів, тобто буде зайнято 3 МБ БЗП.

3. З використанням розробленої моделі роботи центру документального опрацювання інформації виконано порівняння алгоритму випадкового пошуку з поверненням за невдалого кроку і генетичного алгоритму за точністю розв'язку та витратами часу на його отримання. При цьому генетичний алгоритм вимагає суттєво більших витрат часу, які різко зростають за потреби підвищити точність.

За сталого середнього часу оброблення документів і значення коефіцієнта згортки $\xi_1 = 0{,}3$ отримано оптимальне значення 15,71 хв, при цьому оператор буде зайнятий 4,33 год на день, а витрати на оброблення одного документа становитимуть 1,64 грн. У разі мінливого середнього часу оброблення документів за $\xi_1 = 0{,}3$ оператор буде зайнятий 5,09 год. на день, а витрати на оброблення одного документа складуть 1,08 грн, тобто зміна інтенсивності оброблення документів протягом робочого дня призводить до збільшення навантаження на оператора та зменшення витрат на оброблення документів.

На прикладі оптимізації роботи ЦДОІ показано реалізацію методики адаптивного управління, запропонованої в розділі 3.

4. Наведено розв'язання задачі оптимізації параметрів пошуку та обслуговування наземних об'єктів у трьох зонах за допомогою бортової апаратури ЛА (літака) на основі комплексної моделі функціонування системи активного обслуговування, описаної у розділі 2.

Для забезпечення не менше ніж 79 % ефективності роботи САО слід встановити такі значення параметрів системи: кути відхилення важеля керування двигуном $\delta P_1 = 90°$, $\delta P_2 = 30°$ і $\delta P + 3 = 90°$; кут між горизонтальною віссю ЛА і лінією візування пошукового обладнання $\gamma_z = 16°$; вертикальне поле зору пошукового обладнання $\gamma_x = 58°$; середній час пошуку об'єктів у 1-й та 2-й зонах $\bar{t}_{\text{п}\,i} = 200$ с, $i = 1, 2$, а у 3-й – $\bar{t}_{\text{п}\,3} = 50$ с;

середній час ідентифікації виявлених об'єктів $\bar{t}_{\text{оп}} = 10$ с; середній час обслуговування виявлених об'єктів, що належать до 2-го класу, $\bar{t}_{\text{обс}} = 594$ с. Водночас система буде витрачати 46,7 % свого часу на пошук об'єктів в зонах простору. Аналіз показав, що збільшення кількості оптимізованих параметрів призводить до зростання витрат часу на виконання обчислень і тому вимагає вибору адекватного методу оптимізації.

5. Виконано детальний аналіз системи ідентифікації об'єктів, що входить до складу САО, за сигналами, що надходять від них. Система ідентифікації об'єктів є конкретизацією відповідної підсистеми бортової апаратури ЛА і належить до класу багатофазних систем обслуговування. Порівняння різних аналітичних моделей системи показало необхідність використання імітаційної моделі для обліку всіх істотних чинників, що впливають на функціонування системи.

На основі обраних вихідних даних запропоновано таку структуру проєктованої системи ідентифікації об'єктів: два канали приймання заявок у 1-й фазі, один канал оброблення в 2-й фазі з чергою на одну заявку, буфер ємністю одна-дві заявки перед 3-ю фазою (один канал у 3-й фазі, заданий за вихідними даними). Час перебування в СІО встановлюється з урахуванням перебування заявки в 1-й фазі, в черзі та на опрацюванні в каналі 2-ї фази.

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ ДО РОЗДІЛУ 4

1. Ковальчук В. П., Сидоренко О. В. Аналітичні моделі управління бойовими діями механізованих підрозділів. Військова освіта. 2020. № 2. С. 33–41.

2. Грабчак В. І., Супрун В. М. Математичні методи моделювання бойових дій : навч. посіб. Київ : Військовий інститут, 2018. 220 с.

3. Крет М. А., Страшков М. А. Підвищення ефективності планування бойових дій шляхом впровадження інформаційних та аналітичних систем управління. *Military Strategy and Technology.* 2025. № 2. С. 65–74.

4. Фурсенко О. К., Черновол Н. М., Антоненко Г. М. Математичне моделювання бойових дій на двох ділянках зіткнення з можливістю перерозподілу бойових ресурсів. *Системи обробки інформації.* 2022. № 4 (171). С. 47–52.

5. Литвиненко І. В., Савчук В. О. Математичні моделі оцінки ефективності бойових систем у сучасних умовах. *Наука і оборона.* 2021. № 3. С. 55–62.

6. Федухін О. В., Муха А. А. Бортова система управління літальними апаратами високої надійності та живучості. *Математичні машини і системи.* 2025. № 1. С. 134–139.

7. Бондаренко В. І., Кравченко О. С. Архітектура бортових мереж ЕОМ для сучасних літальних апаратів. *Авіаційно-космічна техніка і технологія.* 2022. № 3. С. 45–53.

8. Кузьменко О. В., Горбачук В. М. Розвиток бортових цифрових обчислювальних систем для літальних апаратів. *Вісник НТУ «ХПІ».* 2023. № 45. С. 77–85.

9. Сидоренко О. В., Ковальчук В. П. Використання мікропроцесорних систем у бортових комплексах управління польотом. *Військова освіта.* 2020. № 4. С. 28–36.

10. Глуздань О. П., Савчук Р. О. Інтеграція бортових цифрових обчислювальних машин у системи управління безпілотними літальними апаратами. *Збірник наукових праць НАДПСУ.* 2024. № 2. С. 67–74.

11. Марченко І. В., Лисенко П. О. Тенденції розвитку бортових інформаційно-обчислювальних систем літальних апаратів. *Вісник Київського політехнічного інституту.* 2023. № 12. С. 90–98.

12. Федухін О. В., Муха А. А. Архітектурні рішення для проєктування структур баз даних у бортових інформаційних системах. Київ : Інститут проблем математичних машин і систем НАН України, 2024. 192 с.

13. Саварін М. Б., Лепкий В. І. Системи баз даних. Основні поняття й архітектура [Електронний ресурс] : курс лекцій // Луцький національний технічний університет.

14. Кузьменко О. В., Горбачук В. М. Організація банку даних у бортових системах управління польотом. *Вісник НТУ «ХПІ».* 2023. № 45. С. 77–85.

15. Литвиненко І. В., Савчук В. О. Концепція використання банку даних у системах зберігання та аналізу бортової інформації. *Наука і оборона.* 2021. № 3. С. 55–62.

16. Єфименко М. В. Математичні моделі та методи побудови законів керування орієнтацією космічних апаратів дистанційного зондування Землі : дис. … д-ра техн. наук : 01.05.02. Київ : Інститут кібернетики ім. В. М. Глушкова НАН України, 2020. 316 с.

17. Савеленко О. К., Лисенко І. А., Іванченко О. О. CASE-технології у проектуванні інформаційних систем : навч. посіб. Кропивницький : Видавець Лисенко В.Ф., 2018. 240 с.

18. Ярцев В. П. Розподілені бази даних : навч. посіб. Київ : ДУТ, 2018. 97 с.

19. Кузьменко О. В., Горбачук В. М. Енергонезалежні запам'ятовувальні пристрої типу «електронний диск» у складі бортових цифрових обчислювальних машин. *Вісник НТУ «ХПІ».* 2023. № 45. С. 77–85.

20. Кузнецов О. М., Слюсаренко В. І. Моделі та методи теорії масового обслуговування для систем з нестаціонарними потоками заявок : навч. посіб. Київ: КНУ ім. Т. Г. Шевченка, 2022. 215 с.

21. Савчук О. В., Ткаченко Р. П. Адаптивні методи управління системами обслуговування з нестаціонарними потоками : монографія. Харків : НТУ «ХПІ», 2024. 178 с.

22. Оптимізація алгоритмів роботи операторів пунктів управління шляхом розроблення та використання моделей масового обслуговування. Звіт про НДР (проміжний) / Харківський військовий університет; наук. кер. Б. О. Созінов; відп. вик. О. О. Морозов [та інші]. Шифр теми 14/31, №12, Харків, 1999. 128 с.

23. Кобзар О. В. Прикладна математична статистика : навч. посіб. Київ : КНУ ім. Т.Г. Шевченка, 2011. 350 с.

24. Методы и средства принятия решений в социально-экономических и технических системах: Учеб. пособие / Петров Э. Г., Новожилова М. В., Гребенник И. В., Соколова Н. А.; под общ. ред. проф. Э. Г. Петрова; МОН Украины. Херсон : ОЛДІ-плюс, 2003. 380 с.

25. Дослідження можливостей та умов застосування інструментарію (моделей та методів) теорії масового обслуговування при розробці пересувних лабораторій вимірювальної техніки: звіт про НДР (заключний) / Науковий метрологічний центр (військових еталонів); наук. кер. О. О. Морозов; відп. вик. Ю. Ф. Петунін [та інші]. Шифр теми 04/12, № 5, Харків, 1998. 258с.

26. Моделювання процесів оброблення сигналів для перспективних зразків радіолокаційної техніки: звіт про НДР (проміжний) / Харківський військовий університет; наук. кер. М. О. Можар; відп. вик. С. І. Стрюков [О. О. Морозов та інші]. Шифр теми 97-12/06, № 115, Харків, 1997. 168 с.

27. Назаркевич М. А., Олексів Н. Т. Системи розпізнавання об’єктів: теорія та практичні застосування : навч. посіб. Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2024. 280 с.

28. Литвинов А. Л. Теорія систем масового обслуговування : навч. посіб. Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2018. 141 с.

ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ

Розглянуто математичні моделі, методи й задачі оптимізації та адаптивного управління параметрами, що характеризують нестаціонарні стохастичні процеси обслуговування під час функціонування складних систем різного призначення. Нижче наведено детальні результати виконаних досліджень.

1. Побудовано функціональну модель узагальненої системи обслуговування як результат аналізу роботи різних наявних систем, визначено їх структуру, виокремлено етапи процесу обслуговування заявок (вимог), що надходять. Запропоновано класифікацію систем обслуговування за видом процесу обслуговування та хара-

ктером їх функціонування. Поряд із наявними видами обслуговування виокремлено системи разового та активного обслуговування.

2. Побудовано математичну модель для задачі багатовимірної векторної оптимізації параметрів нестаціонарних систем обслуговування. Нестаціонарна система обслуговування – це система, що не має сталого режиму роботи, функціонує протягом короткого проміжку часу або характеризується зміною параметрів у часі.

3. Для систем масового, разового й активного обслуговування розроблено математичні моделі, що враховують особливості їхнього функціонування в реальному середовищі та сформульовано задачі багатокритеріальної оптимізації параметрів таких систем.

4. Визначено умови застосування методів оптимізації НСО залежно від обраної математичної моделі, насамперед від її розмірності та наявності дискретних компонентів у складі вектора параметрів, що оптимізуються. Розроблено модифікацію відомого методу Нелдера – Міда, досліджено можливості використання генетичних алгоритмів для оптимізації складних НСО. Запропоновано класифікацію методів, що застосовуються під час оптимізації виокремлених систем обслуговування.

5. Сформульовано алгоритм формування рандомізованих планів обслуговування для реалізації отриманих оптимальних середніх значень інтенсивностей. Визначено вирішальне правило для встановлення моментів коригування реалізованого оптимального рішення та адаптації цього рішення до нових умов функціонування системи. Розроблено методику адаптивного управління НСО, що ґрунтується на використанні рандомізованих планів обслуговування й вирішального правила.

6. Розроблено інформаційну технологію адаптивного управління НСО на основі використання узагальненої системи обслуговування й виокремлення етапів цього процесу.

7. Побудовано математичну модель функціонування системи протитанкової оборони. Аналіз результатів розв’язання задачі оптимізації системи за обраних вихідних даних показав, що для знищення не менше ніж 70 % танків необхідно в середньому

17 засобів першого виду і 6 засобів другого виду. Водночас вогнем супротивника буде знищено в середньому 3 засоби.

8. Сформульовано та розв'язано задачу оптимізації параметрів технічних засобів бортових банків даних ЛА. Якщо обсяг фінансування технічних засобів ББнД становить 200 000 грн, прийнятним варіантом є чотирипроцесорна система з обсягом БЗП не менше ніж 12,5 МБ, розрахована на 51 запит. Максимальне навантаження на чергу за час роботи системи в середньому становитиме 12 запитів.

9. Розглянуто задачу оптимізації роботи центру документального оброблення інформації. За сталого середнього часу оброблення документів і значення коефіцієнта згортки $\xi_1 = 0{,}3$ отримано оптимальне значення 15,71 хв, при цьому оператор буде зайнятий 4,33 год на день, а витрати на оброблення одного документа становитимуть 1,64 грн. У разі мінливого середнього часу оброблення документів за $\xi_1 = 0{,}3$ оператор буде зайнятий 5,09 год. на день, а витрати на оброблення одного документа складуть 1,08 грн, тобто зміна інтенсивності оброблення документів протягом робочого дня призводить до збільшення навантаження на оператора і зменшення витрат на оброблення документів. На прикладі оптимізації роботи центру документального опрацювання інформації органу управління показано реалізацію методики адаптивного управління.

10. Наведено розв'язання задачі оптимізації параметрів пошуку та обслуговування наземних об'єктів у трьох зонах за допомогою бортової апаратури літаків. Для забезпечення не менше ніж 79 % ефективності роботи системи слід встановити такі значення параметрів: кути відхилення важеля керування двигуном $\delta\text{Р}_1 = 90°$, $\delta\text{Р}_2 = 30°$ і $\delta\text{Р}_3 = 90°$; кут між горизонтальною віссю ЛА та лінією візування пошукового пристрою $\gamma_z = 16°$; вертикальне поле зору пошукового пристрою $\gamma x = 58°$; середній час пошуку об'єктів в 1-й і 2-й зонах – $\bar{t}_{\text{п}\,i} = 200$ с, $i = 1{,}2$, а в 3-й – $\bar{t}_{\text{п}\,3} = 50$ с; середній час ідентифікації виявлених об'єктів $\bar{t}_{\text{оп}} = 10$ с; середній час обслуговування виявлених об'єктів, що належать до 2-го класу, $\bar{t}_{\text{обс}} = 594$ с. При цьому система буде витрачати 46,7 % свого часу на пошук об'єктів.

11. Проведено детальний аналіз системи ідентифікації об’єктів за отриманими від них сигналами із застосуванням імітаційної та аналітичних математичних моделей. Система ідентифікації об’єктів є конкретизацією відповідної підсистеми бортової апаратури ЛА і належить до класу багатофазних систем обслуговування. На основі обраних вихідних даних запропоновано таку структуру системи, що проєктується: два канали прийому заявок у 1-й фазі, один канал опрацювання у 2-й фазі з чергою на одну заявку, буфер перед 3-ю фазою ємністю одна-дві заявки.

ДОДАТОК А
ТАБЛИЦІ ТА ГРАФІКИ РЕЗУЛЬТАТІВ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ ОПТИМІЗАЦІЇ

А.1 Вибір оптимального числа засобів протитанкової оборони

Таблиця А.1 – Результати оптимізації

№ з/п	ξ_1	M_1	M_2	$K_1(t)$	$K_2(t)$
11	1,0	18	13	0,813	0,228
10	0,9	18	6	0,813	0,294
9	0,8	18	6	0,813	0,294
8	0,7	17	6	0,798	0,330
7	0,6	12	6	0,658	0,607
6	0,5	11	6	0,614	0,655
5	0,4	9	12	0,534	0,672
4	0,3	8	12	0,485	0,700
3	0,2	7	12	0,433	0715
2	0,1	6	12	0,379	0,722
1	0	6	12	0,379	0,722

А.2 Оптимізація параметрів бортових банків даних ЛА

Таблиця А.2 – Результати оптимізації

№ з/п	ξ_1	M	Q	$K_1(t)$	$K_2(t)$
1.	0,0	1	50	0,111	0,993
2.	0,1	1	53	0,111	0,994
3.	0,2	4	51	0,351	0,236
4.	0,3	4	51	0,351	0,236
5.	0,4	5	51	0,471	0,047
6.	0,5	5	51	0,471	0,047
7.	0,6	5	51	0,471	0,047
8.	0,7	5	51	0,471	0,047
9.	0,8	5	52	0,471	0,046
10.	0,9	6	51	0,611	0,012
11.	1,0	8	51	0,951	0,001

А.3 Рандомізовані плани роботи центру документального оброблення інформації

Оптимізація за сталого значення середнього часу оброблення документів

Таблиця А.3 – Результати оптимізації з використанням методу дихотомії (половинного розподілу)

№ з/п	ξ_1	μ, хв$^{-1}$	$\%t_{обр}$, хв	$K_1(t)$	$K_2(t)$
1.	0,0	1,000	1,00	0,041	0,010
2.	0,1	1,000	1,00	0,041	0,010
3.	0,2	0,509	1,96	0,079	0,020
4.	0,3	0,064	15,73	0,542	0,157
5.	0,4	0,047	21,19	0,646	0212
6.	0,5	0,039	25,98	0,705	0,26
7.	0,6	o 032	31,50	0,751	0,315
8.	0,7	0,026	38,53	0,788	0,385
9.	0,8	0,021	47,32	0,816	0,473
10.	0,9	0,015	65,18	0,846	0,652
11.	1,0	0,012	87,09	0,864	0,871

Таблиця А.4 – Результати оптимізації з використанням алгоритму випадкового пошуку з поверненням за невдалого кроку

№ з/п	ξ_1	μ, хв$^{-1}$	$t_{обр}$, хв	$K_1(t)$	$K_2(t)$
1.	0,0	0,990	1,01	0,041	0,010
2.	0,1	0,994	1,01	0,041	0,010
3.	0,2	0,505	0,98	0,080	0,020
4.	0,3	0,063	15,84	0,545	0,158
5.	0,4	0,044	22,55	0,665	0,223
6.	0,5	0,034	29,27	0,735	0,293
7.	0,6	0,032	31,13	0,748	0,311
8.	0,7	0,033	30,69	0,745	0,307
9.	0,8	0,023	43,65	0,806	0,437
10.	0,9	0,017	58,93	0,838	0,589
11.	1,0	0,013	75,36	0,856	0,754

Таблиця А.5 – Результати оптимізації з використанням генетичного алгоритму Варіант 1

№ з/п	ξ_1	μ, хв$^{-1}$	$t_{обр}$, хв	$K_1(t)$	$K_2(t)$
1.	0,0	0,101	9,92	0,376	0,099
2.	0,1	0,125	8,03	0,311	0,080
3.	0,2	0,211	4,73	0,188	0,047
4.	0,3	0,073	13,64	0,490	0,136
5.	0,4	0,042	23,73	0,680	0,237
6.	0,5	0,036	27 54	0,720	0, 275
7.	0,6	0,028	36,04	0,777	0,360
8.	0,7	0,027	37,76	0,785	0,378
9.	0,8	0,021	47 10	0,816	0471
10.	0,9	0,015	67,18	0,848	0,672
11.	1,0	0,010	96,45	0,868	0,965

Таблиця А.6 – Результати оптимізації з використанням генетичного алгоритму
Варіант 2

№ з/п	ξ_1	μ, хв$^{-1}$	$t_{обр}$, хв	$K_1(t)$	$K_2(t)$
1.	0,0	0,167	5,99	0,236	0,060
2.	0,1	0,301	3,32	0,133	0,033
3.	0,2	0,125	7,99	0,310	0,080
4.	0,3	0,061	16,44	0,558	0,164
5.	0,4	0,050	20,07	0,628	0,201
6.	0,5	0,038	26,6	0,712	0,267
7.	0,6	0,030	33,29	0,762	0,333
8.	0,7	0,026	37,95	0,785	0,380
9.	0,8	0,022	46,19	0,813	0,462
10.	0,9	0,015	65,58	0,847	0,656
11.	1,0	0,010	99,59	0,869	0,996

Таблиця А.7 – Результати оптимізації з використанням генетичного алгоритму
Варіант 3

№ з/п	ξ_1	μ, хв$^{-1}$	$t_{обр}$, хв	$K_1(t)$	$K_2(t)$
1.	0,0	0,220	4,55	0,181	0,046
2.	0,1	0,371	2,70	0,109	0,027
3.	0,2	0,097	10,26	0,388	0,103
4.	0,3	0,061	16,30	0,555	0,163
5.	0,4	0,048	20,71	0,638	0,207
6.	0,5	0,037	26,99	0,715	0 270
7.	0,6	0,028	36,32	0,778	0,363
8.	0,7	0,026	38,26	0,787	0,383
9.	0,8	0,022	46,07	0,813	0,461
10.	0,9	0,015	65,02	0,846	0,650
11.	1,0	0,011	94,31	0,867	0,943

Таблиця А.8 – Результати оптимізації з використанням генетичного алгоритму Варіант 4

№ з/п	ξ_1	μ, хв$^{-1}$	$t_{обр}$, хв	$K_1(t)$	$K_2(t)$
1.	0,0	0,203	4,92	0,195	0,049
2.	0,1	0,217	4,61	0,184	0,046
3.	0,2	0,134	7,45	0,290	0,075
4.	0,3	0,064	15,71	0,542	0,157
5.	0,4	0,048	20,69	0,638	0,207
6.	0,5	0,039	25,77	0,703	0,258
7.	0,6	0032	31,43	0,750	0,314
8.	0,7	0,026	38,19	0,786	0,382
9.	0,8	0,021	47,42	0,816	0,474
10.	0,9	0,015	65,47	0,847	0,655
11.	1,0	0,010	98,66	0,869	0,987

А.4 Адаптивне управління на основі рандомізованих планів

Таблиця А.9 – Бланк рандомізованого плану роботи одного оператора

Рандомізований план обробки документів					
№ з/п	**Прогнозований час**		**Документ**		**Фактичний час, хв**
	хв	**с**		**Назва**	
1.	2	45			
2.	2	47			
3.	5	27			
4.	9	47			
5.	10	16			
6.	10	39			
7.	15	35			
8.	15	37			
9.	16	52			
10.	18	10			
11.	19	12			
12.	21	00			
13.	25	49			
14.	30	47			
15.	48	18			

А.5 Оптимізація за умов динамічної зміни середнього часу оброблення документів

У табл. А.10–А.16 і на рис. А.1, А.3, А.5, А.7, А.9, А.11, А.13 наведено оптимальні за Парето значення параметрів. На рис. А.2, А.4, А.6, А.8, А10, А.12 та А.14 подано графіки зміни оптимальної інтенсивності обслуговування документів одним оператором протягом робочого дня за визначених коефіцієнтів згортки.

Таблиця А.10 – Результати оптимізації ЦДОІ за $N_{\text{поп}} = 25$ та $N\text{пок} = 25$

				$t_{\text{роб}}$, год =	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**
№ з/п	ξ_1	$K_1(t)$	$K_2(t)$	F	μ_1	μ_2	μ_3	μ_4	μ_5	μ_6	μ_7	μ_8	μ_9
1.	0,0	0,520	0,133	0,901	0,014	0,020	0,241	0,045	0,145	0,012	0,016	0,054	0,054
2.	0,1	0,572	0,109	0,859	0,115	0,015	0,111	0,027	0,042	0,030	0,029	0,363	0,363
3.	0,2	0,737	0,133	0,800	0,020	0,015	0,014	0,012	0,014	0,011	0,096	0,301	0,301
4.	0,3	0,613	0,130	0,751	0,053	0,067	0,400	0,016	0,011	0,023	0,015	0,021	0,021
5.	0,4	0,762	0,222	0,730	0,040	0,013	0,017	0,034	0,011	0,031	0,017	0,055	0,055
6.	0,5	0,809	0,204	0,722	0,011	0,026	0,012	0,010	0,015	0,016	0,022	0,283	0,283
7.	0,6	0,811	0,330	0,722	0,011	0,012	0,011	0,011	0,012	0,087	0,065	0,033	0,033
8.	0,7	0,813	0,340	0,736	0,018	0,025	0,027	0,011	0,015	0,010	0,021	0,109	0,109
9.	0,8	0,814	0,389	0,758	0,016	0,024	0,022	0,022	0,014	0,026	0,040	0,048	0,048
10.	0,9	0,834	0,417	0,796	0,017	0,017	0,010	0,016	0,012	0,014	0,063	0,031	0,031
11.	1,0	0,853	0,591	0,868	0,012	0,012	0,014	0,014	0,012	0,011	0,024	0,028	0,028

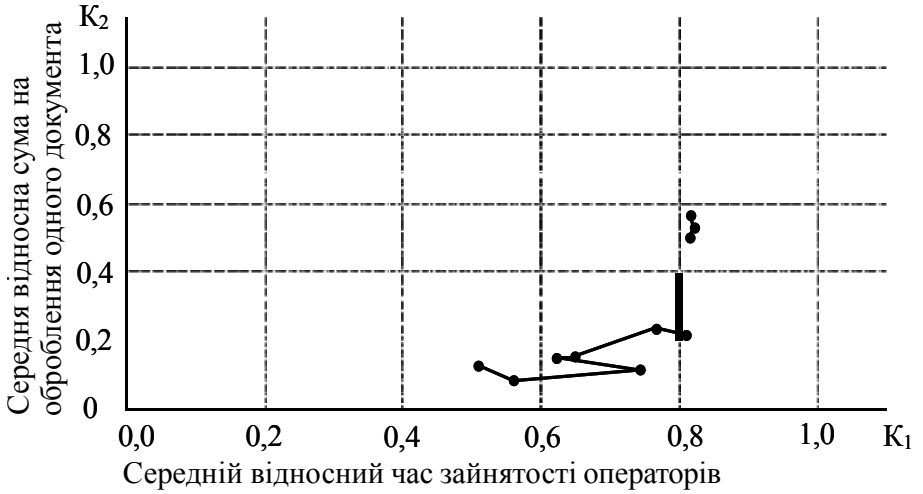

Рисунок А.1 – Оптимальні за Парето значення параметрів опрацювання документів

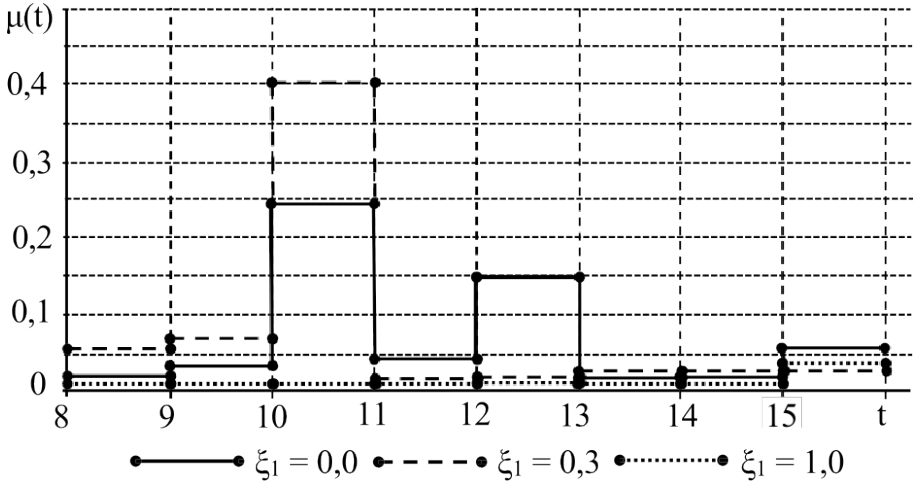

Рисунок А.2 – Зміни оптимальної інтенсивності обслуговування документів одним оператором протягом робочого дня за зазначених коефіцієнтів згортки

Таблиця А.11 – Результати оптимізації ЦДОІ за $N_{\text{поп}} = 25$ та $N_{\text{пок}} = 25$

					$t_{\text{роб}}$, год =	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**
№ з/п	ξ_1	$K_1(t)$	$K_2(t)$	F	μ_1	μ_2	μ_3	μ_4	μ_5	μ_6	μ_7	μ_8	μ_9
1.	0,0	0,535	0,111	0,889	0,118	0,020	0,241	0,045	0,145	0,012	0,016	0,054	0,054
2.	0,1	0,501	0,083	0,875	0,011	0,015	0,111	0,027	0,042	0,030	0,029	0,363	0,363
3.	0,2	0,535	0,099	0,827	0,010	0,015	0,014	0,012	0,014	0,011	0,096	0,301	0,301
4.	0,3	0,661	0,131	0,807	0,303	0,067	0,400	0,016	0,011	0,023	0,015	0,021	0,021
5.	0,4	0,675	0,128	0,793	0,023	0,013	0,017	0,034	0,011	0,031	0,017	0,055	0,055
6.	0,5	0,782	0,142	0,820	0,018	0,026	0,012	0,010	0,015	0,016	0,022	0,283	0,283
7.	0,6	0,778	0,283	0,754	0,024	0,012	0,011	0,011	0,012	0,087	0,065	0,033	0,033
8.	0,7	0,815	0,339	0,769	0,013	0,025	0,027	0,011	0,015	0,010	0,021	0,109	0,109
9.	0,8	0,824	0,386	0,782	0,011	0,024	0,022	0,022	0,014	0,026	0,040	0,048	0,048
10.	0,9	0,854	0,544	0,814	0,013	0,017	0,010	0,016	0,012	0,014	0,063	0,031	0,031
11.	1,0	0,848	0,604	0,848	0,017	0,012	0,014	0,014	0,012	0,011	0,024	0,028	0,028

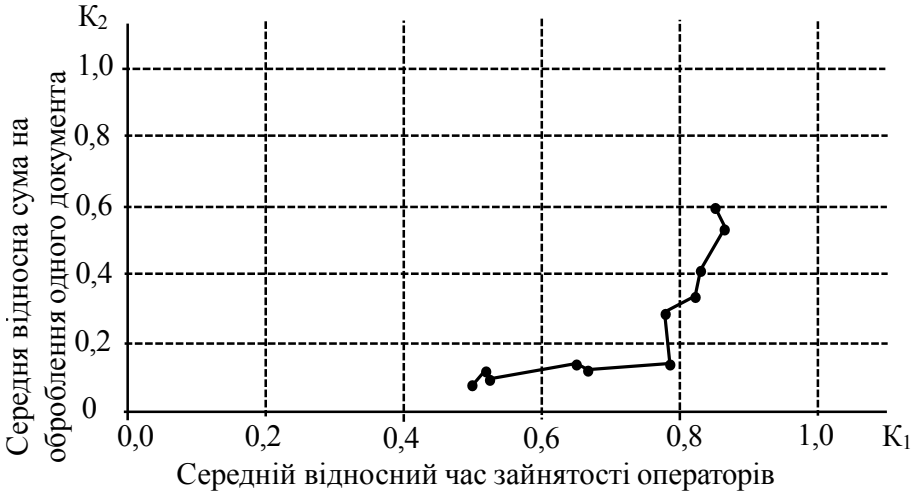

Рисунок А.3 – Оптимальні за Парето значення параметрів опрацювання документів

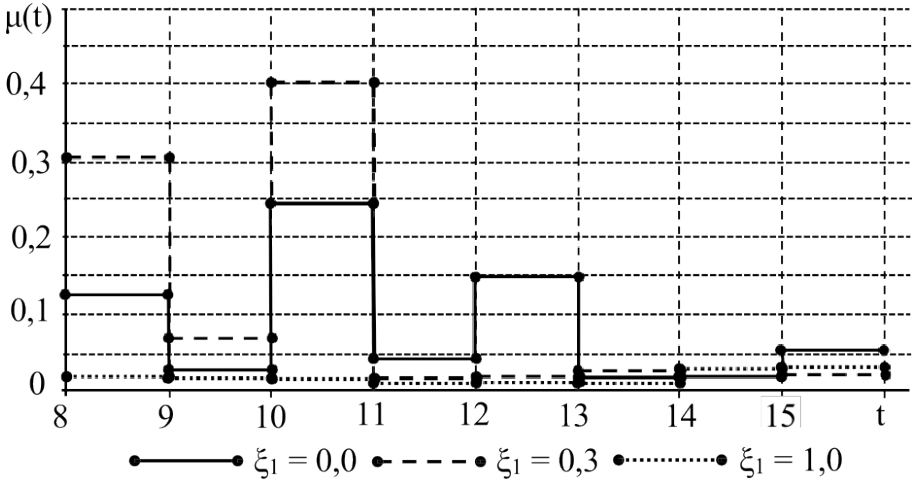

Рисунок А.4 – Зміни оптимальної інтенсивності обслуговування документів одним оператором протягом робочого дня за зазначених коефіцієнтів згортки

Таблиця А.12 – Результати оптимізації ЦДОІ за $N_{\text{поп}} = 25$ та $N_{\text{пок}} = 25$

					$t_{\text{роб}}$, год =	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**
№ з/п	ξ_1	$K_1(t)$	$K_2(t)$	F	μ_1	μ_2	μ_3	μ_4	μ_5	μ_6	μ_7	μ_8	μ_9
1.	0,0	0,462	0,122	0,878	0,047	0,135	0,040	0,068	0,120	0,191	0,021	0,035	0,035
2.	0,1	0,555	0,133	0,836	0,017	0,034	0,016	0,015	0,018	0,134	0,186	0,017	0,017
3.	0,2	0,602	0,124	0,821	0,114	0,125	0,012	0,011	0,010	0,011	0,237	0,127	0,127
4.	0,3	0,511	0,108	0,777	0,010	0,018	0,274	0,136	0,264	0,011	0,012	0,013	0,013
5.	0,4	0,676	0,150	0,780	0,017	0,011	0,013	0,036	0,014	0,027	0,014	0,018	0,018
6.	0,5	0,744	0,159	0,793	0,242	0,012	0,013	0,013	0,018	0,011	0,033	0,142	0,142
7.	0,6	0,782	0,248	0,770	0,013	0,016	0,012	0,010	0,021	0,010	0,226	0,015	0,015
8.	0,7	0,830	0,318	0,786	0,013	0,013	0,014	0,025	0,030	0,017	0,017	0,136	0,136
9.	0,8	0,826	0,379	0,785	0,017	0,011	0,019	0,016	0,012	0,015	0,083	0,039	0,039
10.	0,9	0,844	0,305	0,829	0,011	0,012	0,014	0,012	0,010	0,015	0,014	0,176	0,176
11.	1,0	0,855	0,676	0,855	0,011	0,012	0,012	0,017	0,013	0,016	0,012	0,025	0,025

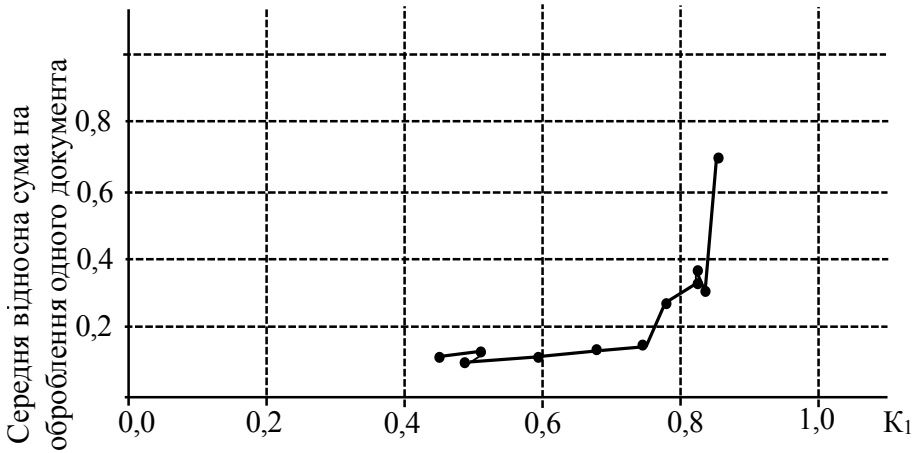

Рисунок А.5 – Оптимальні за Парето значення
параметрів опрацювання документів

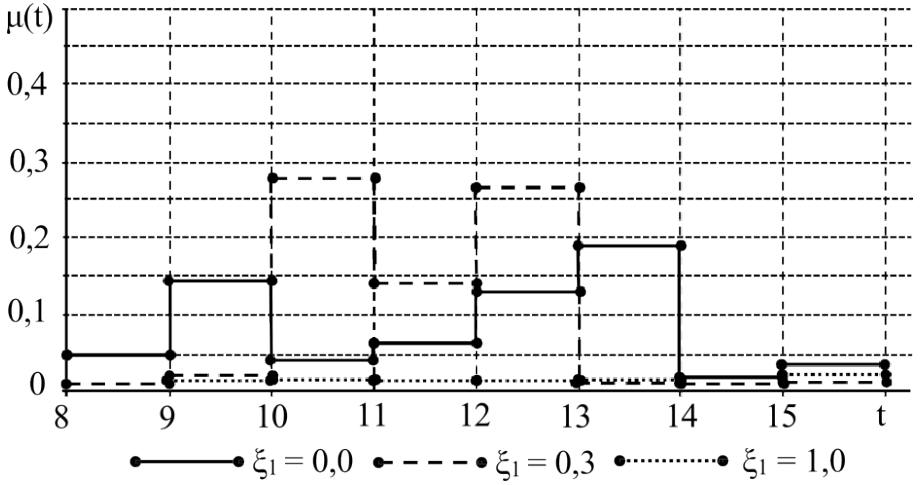

Рисунок А.6 – Зміни оптимальної інтенсивності обслуговування документів
одним оператором протягом робочого дня за зазначених коефіцієнтів згортки

Таблиця А.13 – Результати оптимізації ЦДОІ за Nпоп $= 25$ та $N_{\text{пок}} = 25$

				$t_{\text{роб}}$, год =	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**
№ з/п	ξ_1	$K_1(t)$	$K_2(t)$	F	μ_1	μ_2	μ_3	μ_4	μ_5	μ_6	μ_7	μ_8	μ_9
1.	0,0	0,319	0,068	0,932	0,104	0,029	0,146	0,125	0,253	0,106	0,369	0,042	0,042
2.	0,1	0,536	0,090	0,873	0,027	0,132	0,421	0,015	0,015	0,012	0,066	0,204	0,204
3.	0,2	0,590	0,089	0,847	0,345	0,011	0,490	0,012	0,013	0,015	0,010	0,011	0,011
4.	0,3	0,655	0,146	0,794	0,026	0,017	0,257	0,011	0,010	0,015	0,010	0,206	0,206
5.	0,4	0,794	0,154	0,825	0,010	0,014	0,010	0,013	0,011	0,012	0,058	0,392	0,392
6.	0,5	0,761	0,227	0,767	0,012	0,047	0,011	0,011	0,013	0,195	0,013	0,087	0,087
7.	0,6	0,789	0,254	0,772	0,011	0,015	0,013	0,012	0,018	0,014	0,193	0,039	0,039
8.	0,7	0,814	0,297	0,781	0,016	0,010	0,018	0,018	0,024	0,013	0,065	0,104	0,104
9.	0,8	0,834	0,384	0,790	0,011	0,013	0,011	0,011	0,011	0,014	0,121	0,017	0,017
10.	0,9	0,833	0,347	0,815	0,012	0,012	0,010	0,012	0,012	0,050	0,035	0,021	0,021
11.	1,0	0,860	0,808	0,860	0,013	0,012	0,010	0,013	0,010	0,011	0,011	0,015	0,015

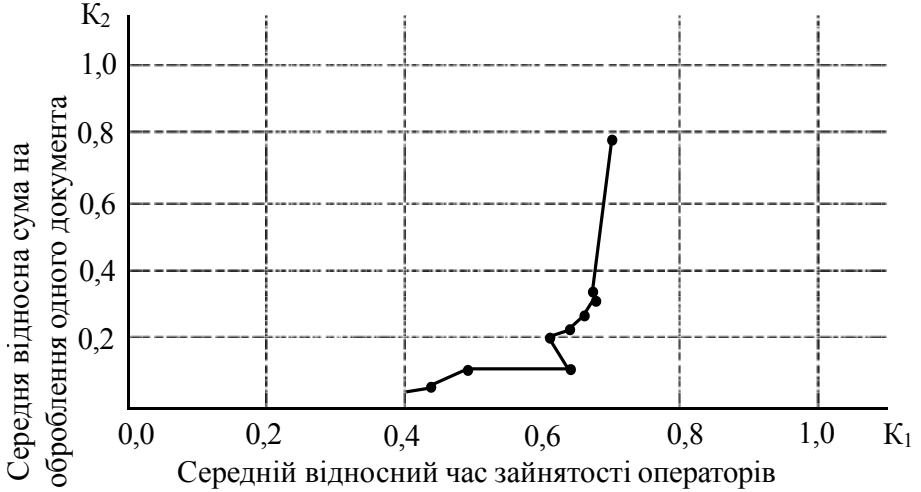

Рисунок А.7 – Оптимальні за Парето значення
параметрів опрацювання документів

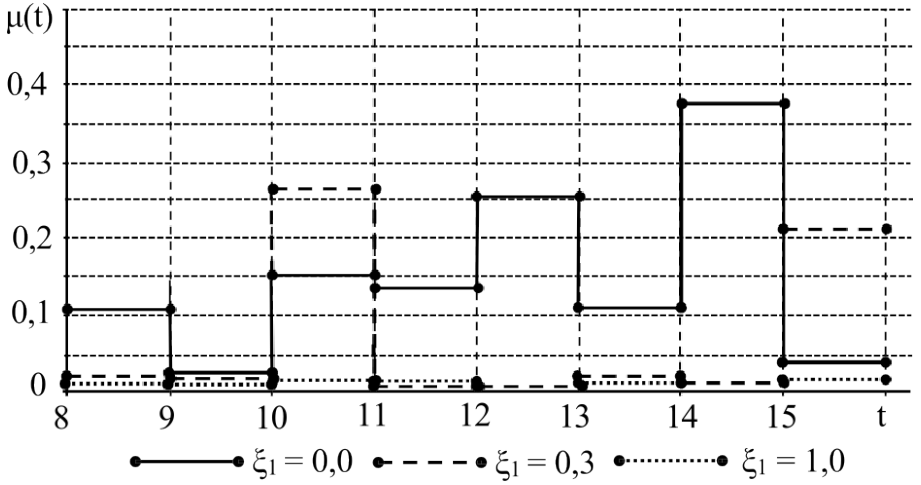

Рисунок А.8 – Зміни оптимальної інтенсивності обслуговування документів
одним оператором протягом робочого дня
за зазначених коефіцієнтів згортки

Таблиця А.14 – Результати оптимізації ЦДОІ за Nпоп $= 25$ та $N_{\text{пок}} = 25$

				$t_{\text{роб}}$, год =	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**
№ з/п	ξ_1	$K_1(t)$	$K_2(t)$	F	μ_1	μ_2	μ_3	μ_4	μ_5	μ_6	μ_7	μ_8	μ_9
1.	0,0	0,398	0,071	0,929	0,217	0,112	0,072	0,033	0,117	0,069	0,026	0,420	0,420
2.	0,1	0,456	0,076	0,877	0,016	0,016	0,277	0,349	0,323	0,051	0,013	0,012	0,012
3.	0,2	0,639	0,099	0,849	0,397	0,232	0,014	0,012	0,012	0,012	0,066	0,033	0,033
4.	0,3	0,657	0,124	0,810	0,137	0,017	0,010	0,010	0,015	0,014	0,294	0,148	0,148
5.	0,4	0,673	0,142	0,784	0,010	0,010	0,010	0,030	0,455	0,011	0,011	0,026	0,026
6.	0,5	0,801	0,220	0,791	0,010	0,010	0,010	0,010	0,011	0,010	0,158	0,143	0,143
7.	0,6	0,828	0,240	0,801	0,012	0,010	0,014	0,012	0,010	0,014	0,045	0,218	0,218
8.	0,7	0,829	0,224	0,813	0,013	0,014	0,010	0,011	0,011	0,011	0,012	0,012	0,012
9.	0,8	0,841	0,355	0,802	0,011	0,014	0,015	0,011	0,012	0,015	0,053	0,097	0,097
10.	0,9	0,852	0,466	0,820	0,010	0,010	0,011	0,040	0,011	0,011	0,067	0,039	0,039
11.	1,0	0,865	0,927	0,865	0,010	0,011	0,010	0,010	0,012	0,011	0,010	0,011	0,011

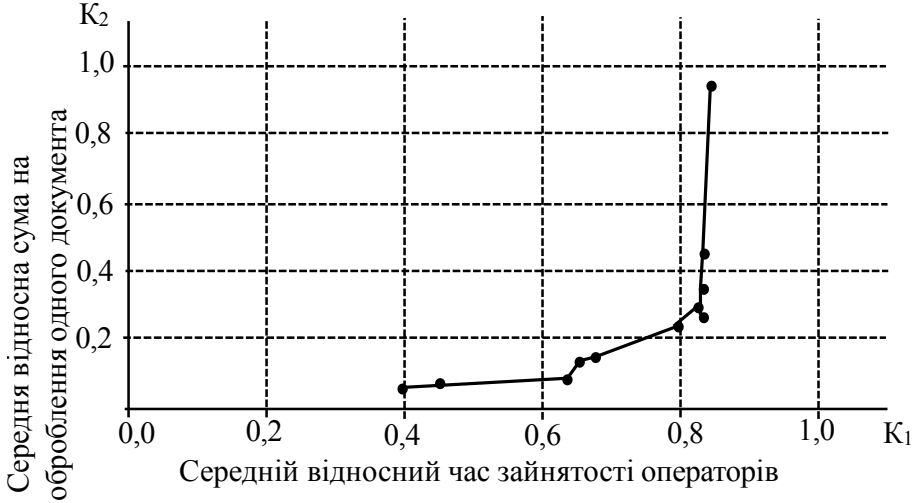

Рисунок А.9 – Оптимальні за Парето значення
параметрів опрацювання документів

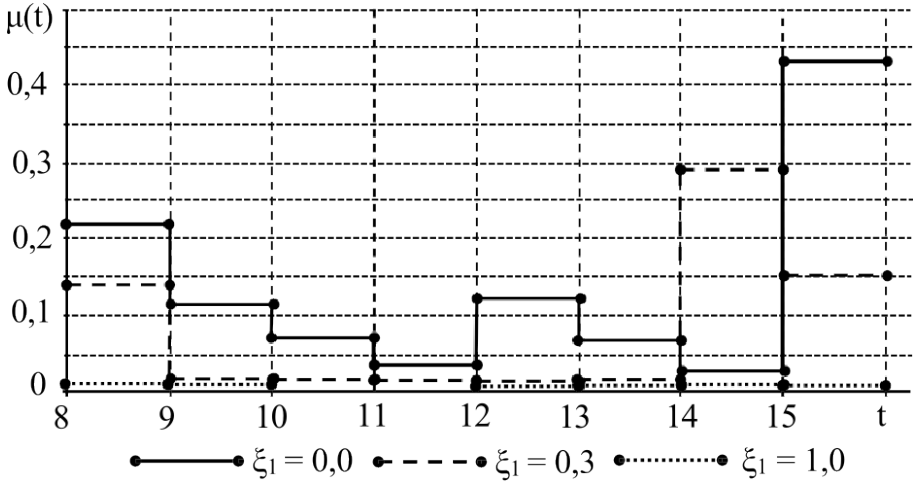

Рисунок А.10 – Зміни оптимальної інтенсивності обслуговування документів
одним оператором протягом робочого дня
за зазначених коефіцієнтів згортки

Таблиця А.15 – Результати оптимізації ЦДОІ за Nпоп $= 25$ та $N_{\text{пок}} = 25$

				$t_{\text{роб}}$, год =	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**
№ з/п	ξ_1	$K_1(t)$	$K_2(t)$	F	μ_1	μ_2	μ_3	μ_4	μ_5	μ_6	μ_7	μ_8	μ_9
1.	0,0	0,377	0,075	0,925	0,063	0,028	0,387	0,129	0,015	0,027	0,032	0,174	0,174
2.	0,1	0,451	0,094	0,861	0,071	0,038	0,029	0,253	0,014	0,141	0,274	0,020	0,020
3.	0,2	0,557	0,104	0,828	0,272	0,016	0,351	0,071	0,011	0,060	0,021	0,020	0,020
4.	0,3	0,782	0,170	0,816	0,029	0,013	0,016	0,012	0,025	0,029	0,015	0,337	0,337
5.	0,4	0,709	0,194	0,767	0,069	0,014	0,024	0,015	0,012	0,044	0,195	0,038	0,038
6.	0,5	0,792	0,177	0,807	0,011	0,018	0,011	0,014	0,016	0,046	0,015	0,189	0,189
7.	0,6	0,827	0,269	0,789	0,125	0,010	0,010	0,022	0,013	0,017	0,012	0,173	0,173
8.	0,7	0,838	0,277	0,804	0,014	0,020	0,011	0,013	0,011	0,082	0,023	0,194	0,194
9.	0,8	0,820	0,207	0,815	0,016	0,010	0,013	0,013	0,013	0,013	0,015	0,296	0,296
10.	0,9	0,848	0,366	0,826	0,010	0,011	0,012	0,020	0,017	0,025	0,011	0,121	0,121
11.	1,0	0,857	0,747	0,857	0,012	0,013	0,013	0,012	0,011	0,012	0,014	0,017	0,017

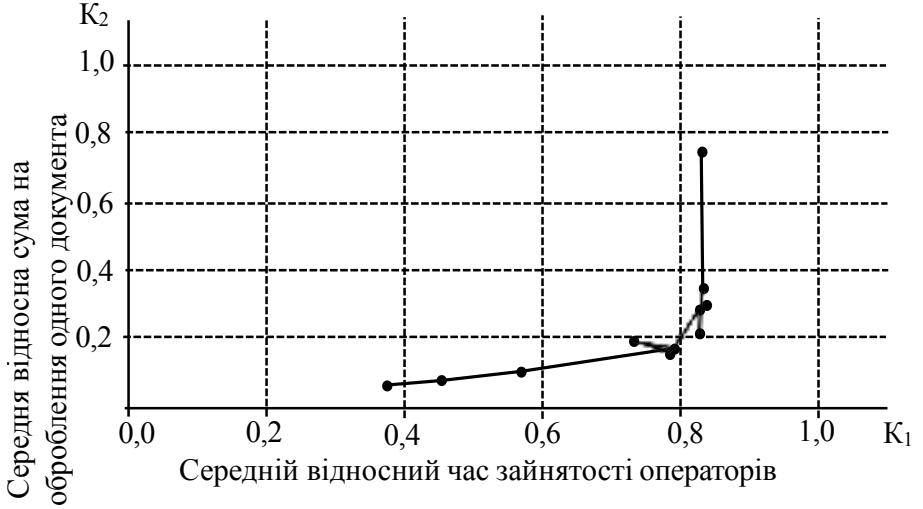

Рисунок А.11 – Оптимальні за Парето значення
параметрів опрацювання документів

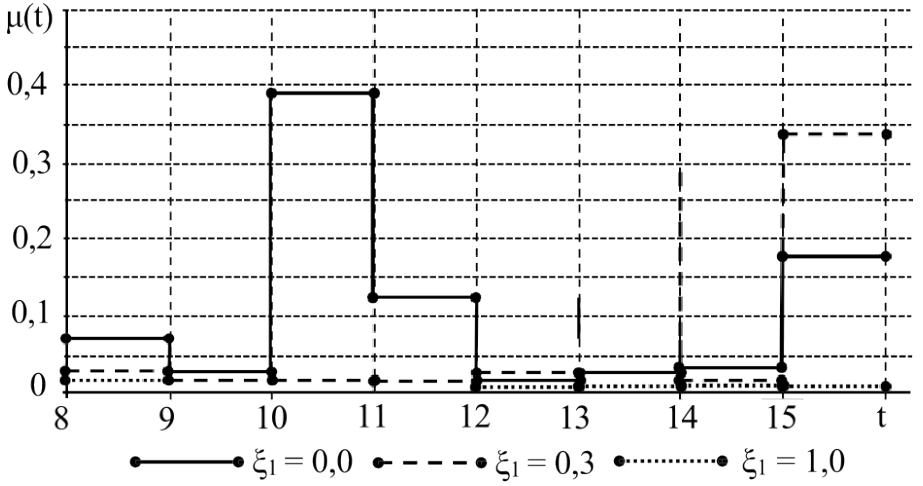

Рисунок А.12 – Зміни оптимальної інтенсивності обслуговування документів
одним оператором протягом робочого дня
за зазначених коефіцієнтів згортки

Таблиця А.16 – Результати оптимізації ЦДОІ за Nпоп $= 25$ та $N_{\text{пок}} = 25$

				$t_{\text{роб}}$, год $=$	8	9	10	11	12	13	14	15	16
№ з/п	ξ_1	$K_1(t)$	$K_2(t)$	F	μ_1	μ_2	μ_3	μ_4	μ_5	μ_6	μ_7	μ_8	μ_9
1.	0,0	0,0232	0,042	0,958	0,019	0,226	0,391	0,021	0,370	0,331	0,020	0,147	0,147
2.	0,1	0,558	0,073	0,890	0,240	0,483	0,026	0,011	0,027	0,020	0,022	0,220	0,220
3.	0,2	0,541	0,086	0,840	0,260	0,010	0,010	0,010	0,014	0,290	0,271	0,066	0,066
4.	0,3	0,636	0,104	0,818	0,254	0,270	0,011	0,011	0,013	0,014	0,012	0,183	0,183
5.	0,4	0,749	0,130	0,822	0,441	0,010	0,011	0,011	0,010	0,034	0,033	0,089	0,089
6.	0,5	0,804	0,177	0,814	0,010	0,010	0,011	0,013	0,012	0,013	0,064	0,312	0,312
7.	0,6	0,797	0,228	0,787	0,012	0,011	0,011	0,010	0,010	0,025	0,153	0,121	0,121
8.	0,7	0,840	0,268	0,807	0,010	0,011	0,011	0,011	0,022	0,011	0,036	0,199	0,199
9.	0,8	0,843	0,313	0,812	0,011	0,010	0,011	0,011	0,012	0,012	0,051	0,012	0,012
10.	0,9	0,856	0,416	0,829	0,010	0,011	0,010	0,010	0,011	0,010	0,031	0,102	0,102
11.	1,0	0,864	0,930	0,864	0,010	0,011	0,011	0,020	0,011	0,011	0,011	0,011	0,011

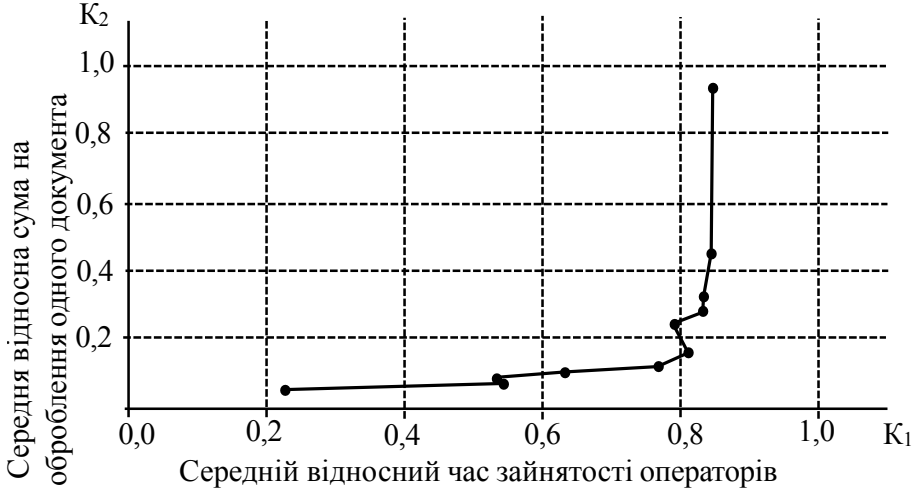

Рисунок А.13 – Оптимальні за Парето значення
параметрів опрацювання документів

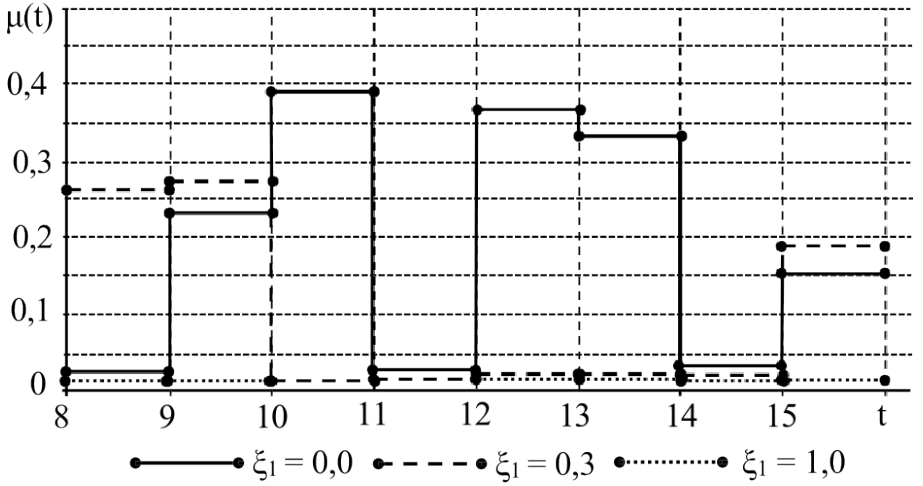

Рисунок А.14 – Зміни оптимальної інтенсивності обслуговування документів
одним оператором протягом робочого дня
при зазначених коефіцієнтах згортки

А.6 Оптимізація параметрів пошуку та обслуговування наземних об’єктів ЛА

Таблиця А.17 – Результати оптимізації

№ з/п	ξ_1	$\delta_{р1}$	$\delta_{р2}$	$\delta_{р3}$	γ_x	γ_z	$\bar{t}_{п1}$, с	$\bar{t}_{п2}$, с	$\bar{t}_{п3}$, с	$\bar{t}_{оп}$, с	$\bar{t}_{обс}$, с	$K_1(T)$	$K_2(T)$	$F(\xi_1)$
1.	0,0	82,50	76,10	73,20	50,30	56,80	200,0	200,0	199,9	30,0	600,0	0,730	0,842	0,842
2.	0,1	89,60	30,00	89,30	15,50	64,30	199,9	200,0	200,0	30,0	599,8	0,622	0,842	0,795
3.	0,2	89,20	30,00	89,80	15,50	63,90	199,8	200,0	199,6	10,0	599,4	0,582	0,837	0,753
4.	0,3	89,90	30,00	89,70	15,00	63,90	200,0	200,0	50,3	10,0	599,6	0,467	0,796	0,717
5.	0,4	89,90	30,00	90,00	15,10	64,20	50,1	50,1	50,0	10,0	598,2	0,173	0,679	0,739
6.	0,5	88,00	30,00	89,90	15,30	62,80	50,0	50,4	50,0	10,0	599,6	0,173	0,680	0,754
7.	0,6	89,00	30,00	89,90	15,10	63,80	50,0	50,1	50,0	10,0	598,3	0,172	0,679	0,768
8.	0,7	89,20	30,00	89,30	15,20	62,30	50,0	50,1	50,0	10,0	599,3	0,172	0,680	0,783
9.	0,8	89,80	30,00	89,60	15,60	68,90	50,1	50,0	50,0	10,1	593,3	0,173	0,677	0,797
10.	0,9	89,60	30,00	89,90	15,50	65,10	50,0	50,0	50,1	10,0	598,3	0,172	0,679	0,813
11.	1,0	89,90	30,00	89,50	15,30	64,40	50,0	51,3	50,0	10,0	597,6	0,175	0,680	0,825

А.7 Вибір параметрів системи ідентифікації об’єктів

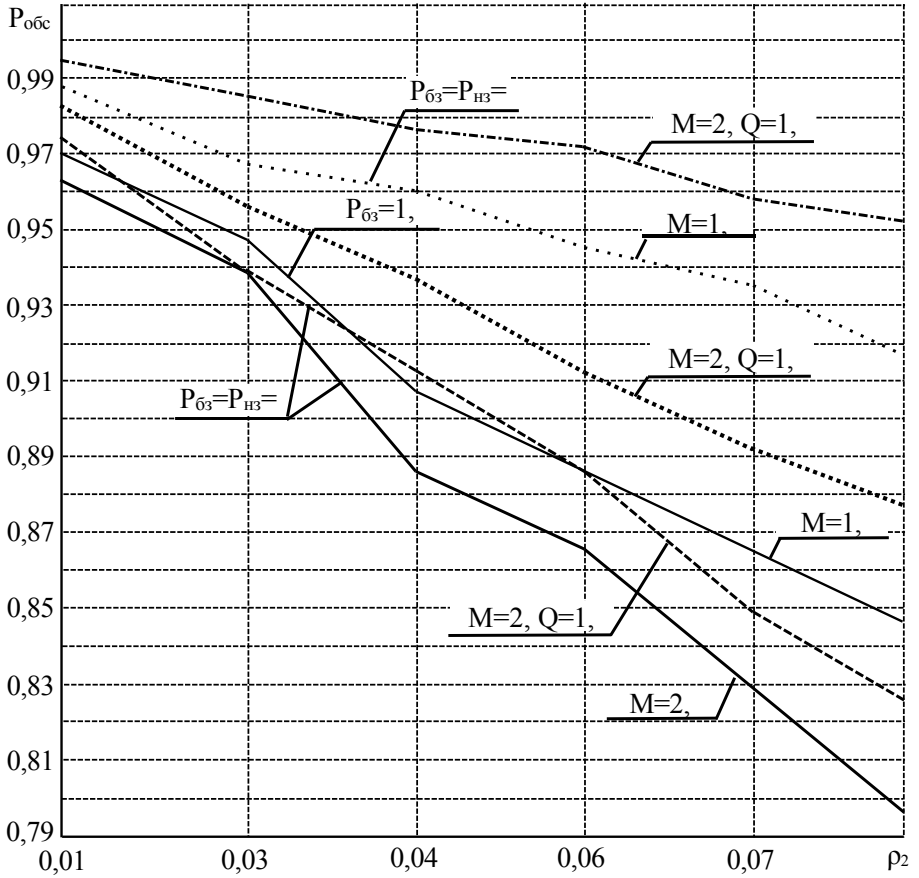

Рисунок А.15 – Імовірність обслуговування заявок
з параметрами $\chi_1 = 0{,}533$ та $\chi_3 = 0{,}533$

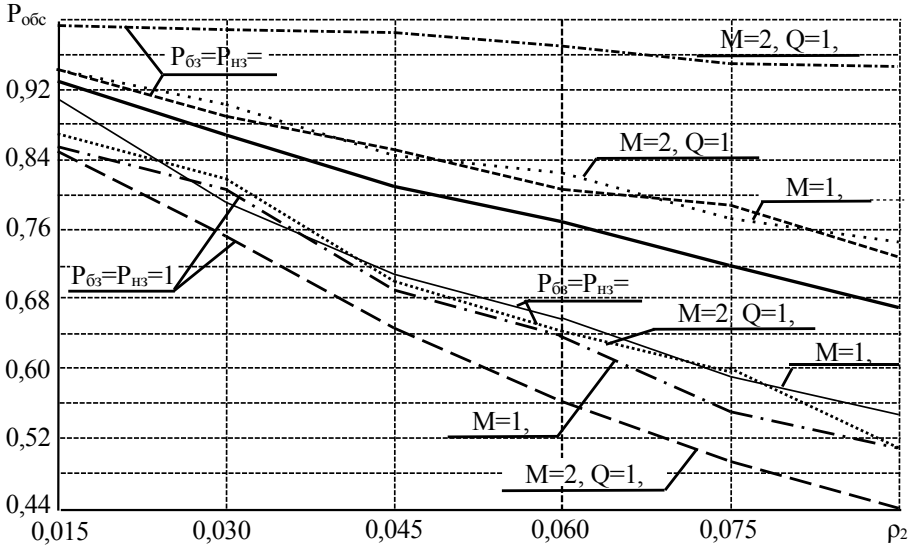

Рисунок А.16 – Імовірність обслуговування заявок
з параметрами $\chi_1 = 3{,}67$ та $\chi_3 = 0{,}2$

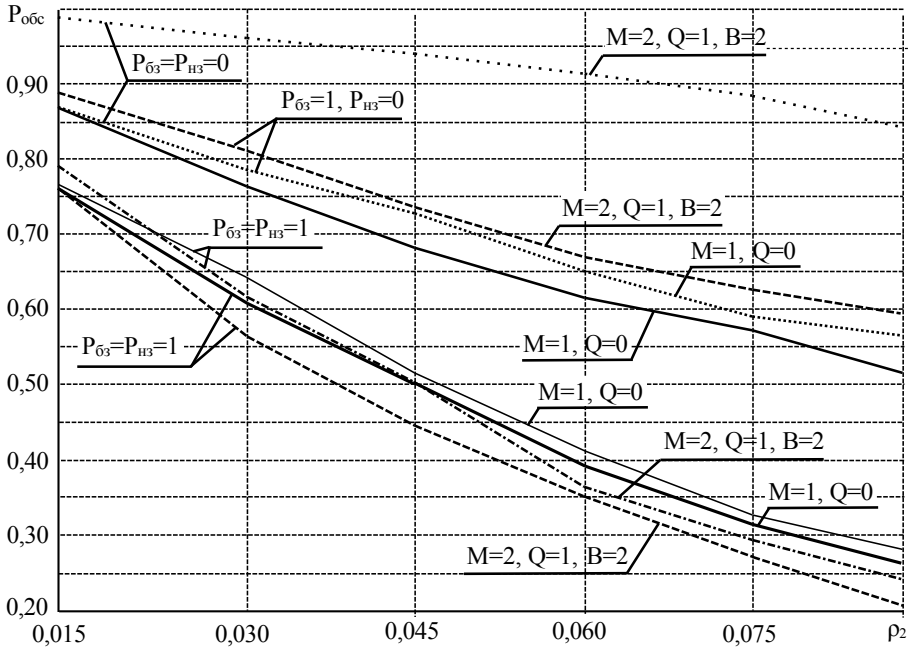

Рисунок А.17 – Імовірність обслуговування заявок з параметрами $\chi_1 = 8{,}33$ та $\chi_3 = 0{,}2$

А.6 Оптимізація параметрів пошуку та обслуговування наземних об'єктів ЛА

Таблиця А.18 – Інтенсивність обслуговування заявок за заданих параметрів системи обслуговування

Параметри системи:				**M = 1, Q = 0**								
$P_{бз}$	**$P_{нз}$**	ρ_2	**χ1=**	**0,533**			**3,67**			**8,33**		
			χ3=	**0,533**	**0,200**	**0,0333**	**1,000**	**0,200**	**0,0333**	**1,000**	**0,200**	**0,0333**
0	0	0,015		0,989	0,985	0,987	0,948	0,941	0,924	0,903	0,872	0,864
0	0	0,030		0,969	0,967	0,970	0,899	0,890	0,861	0,811	0,793	0,770
0	0	0,045		0,960	0,959	0,958	0,858	0,847	0,830	0,725	0,735	0,674
0	0	0,060		0,945	0,940	0,941	0,817	0,808	0,790	0,660	0,653	0,616
0	0	0,075		0,936	0,933	0,925	0,781	0,790	0,757	0,598	0,593	0,561
0	0	0,090		0,918	0,919	0,914	0,745	0,740	0,729	0,561	0,567	0,525
0	1	0,015		0,970	0,969	0,977	0,898	0,903	0,873	0,772	0,765	0,730
0	1	0,030		0,957	0,954	0,945	0,806	0,796	0,788	0,622	0,641	0,565
0	1	0,045		0,931	0,934	0,926	0,731	0,714	0,691	0,511	0,506	0,454
0	1	0,060		0,909	0,922	0,904	0,647	0,653	0,613	0,407	0,409	0,372
0	1	0,075		0,892	0,885	0,887	0,583	0,588	0,562	0,319	0,322	0,309
0	1	0,090		0,873	0,867	0,865	0,539	0,553	0,520	0,252	0,279	0,257
0	0,1	0,015		0,984	0,981		0,943	0,935		0,857	0,887	0,810
0	0,1	0,030		0,971	0,970		0,898	0,900		0,771	0,781	0,737
0	0,1	0,045		0,954	0,950		0,845	0,837		0,701	0,691	0,667
0	0,1	0,060		0,940	0,939		0,806	0,797		0,651	0,639	0,617
0	0,1	0,075		0,926	0,926		0,751	0,766		0,585	0,577	0,578
0	0,1	0,090		0,913	0,911		0,729	0,729		0,532	0,548	0,527
0,1	0	0,015		0,986	0,977		0,960	0,931		0,891	0,875	0,835
0,1	0	0,030		0,966	0,968		0,899	0,897		0,765	0,795	0,748
0,1	0	0,045		0,953	0,953		0,845	0,848		0,715	0,716	0,699
0,1	0	0,060		0,937	0,944		0,813	0,808		0,656	0,649	0,652

Продовження таблиці А.18 – Інтенсивність обслуговування заявок за заданих параметрів системи обслуговування

Параметри системи:				**M = 1, Q = 0**								
$P_{бз}$	**$P_{нз}$**	ρ_2	**χ1=**	**0,533**			**3,67**			**8,33**		
			χ3=	**0,533**	**0,200**	**0,0333**	**1,000**	**0,200**	**0,0333**	**1,000**	**0,200**	**0,0333**
	0	0,075		0,927	0,926		0,770	0,769		0,614	0,609	0,588
0,1	0	0,090		0,911	0,908		0,738	0,745		0,570	0,571	0,560
0,1	1	0,015		0,967	0,972		0,880	0,894		0,781	0,767	
0,1	1	0,030		0,940	0,948		0,793	0,788		0,605	0,619	
0,1	1	0,045		0,917	0,922		0,706	0,691		0,478	0,499	
0,1	1	0,060		0,881	0,898		0,639	0,635		0,380	0,401	
0,1	1	0,075		0,854	0,875		0,566	0,585		0,321	0,317	
0,1	1	0,090		0,842	0,854		0,509	0,524		0,264	0,260	
0,5	1	0,015		0,967	0,972		0,880	0,894		0,781	0,767	
0,5	1	0,030		0,940	0,948		0,793	0,788		0,605	0,619	
0,5	1	0,045		0,917	0,922		0,706	0,691		0,478	0,499	
0,5	1	0,060		0,881	0,898		0,639	0,635		0,380	0,401	
0,5	1	0,075		0,854	0,875		0,566	0,585		0,321	0,317	
0,5	1	0,090		0,842	0,854		0,509	0,524		0,264	0,260	
0,5	0,1	0,015		0,981	0,97		0,924	0,939		0,873	0,881	
0,5	0,1	0,030		0,954	0,960		0,862	0,876		0,753	0,751	
0,5	0,1	0,045		0,937	0,938		0,806	0,813		0,672	0,679	
0,5	0,1	0,060		0,912	0,928		0,760	0,778		0,597	0,635	
0,5	0,1	0,075		0,890	0,905		0,715	0,737		0,549	0,538	
0,5	0,1	0,090		0,881	0,887		0,682	0,688		0,503	0,530	
1	0	0,015		0,970	0,975	0,977	0,909	0,929	0,931	0,855	0,871	0,833
1	0	0,030		0,948	0,951	0,956	0,838	0,867	0,845	0,761	0,768	0,750
1	0	0,045		0,908	0,927	0,933	0,791	0,812	0,790	0,659	0,688	0,654

Кінець таблиці А.18 – Інтенсивність обслуговування заявок за заданих параметрів системи обслуговування

Параметри системи:				**M = 1, Q = 0**								
$P_{бз}$	**$P_{нз}$**	ρ_2	**χ1=**	**0,533**			**3,67**			**8,33**		
			χ3=	**0,533**	**0,200**	**0,0333**	**1,000**	**0,200**	**0,0333**	**1,000**	**0,200**	**0,0333**
1	0	0,060		0,885	0,907	0,911	0,736	0,773	0,747	0,578	0,612	0,601
1	0	0,075		0,865	0,887	0,891	0,699	0,720	0,703	0,520	0,573	0,547
1	0	0,090		0,846	0,861	0,874	0,648	0,671	0,656	0,477	0,509	0,521
1	1	0,015		0,962	0,963	0,967	0,856	0,858	0,787	0,786	0,759	0,750
1	1	0,030		0,938	0,936	0,936	0,757	0,803	0,751	0,601	0,607	0,561
1	1	0,045		0,887	0,903	0,915	0,683	0,688	0,680	0,485	0,494	0,438
1	1	0,060		0,866	0,881	0,884	0,599	0,637	0,612	0,390	0,396	0,358
1	1	0,075		0,829	0,849	0,853	0,529	0,555	0,557	0,309	0,313	0,301
1	1	0,090		0,797	0,822	0,827	0,477	0,508	0,516	0,245	0,253	0,245
1	0,5	0,015		0,961	0,968		0,887	0,904		0,828	0,815	
1	0,5	0,030		0,941	0,943		0,810	0,822		0,639	0,687	
1	0,5	0,045		0,906	0,916		0,739	0,752		0,554	0,602	
1	0,5	0,060		0,875	0,889		0,676	0,690		0,496	0,498	
1	0,5	0,075		0,846	0,875		0,614	0,644		0,433	0,447	
1	0,5	0,090		0,821	0,838		0,562	0,597		0,391	0,390	
1	0,1	0,015		0,968	0,970					0,844	0,832	
1	0,1	0,030		0,942	0,945					0,737	0,773	
1	0,1	0,045		0,914	0,923					0,661	0,669	
1	0,1	0,060		0,883	0,902					0,590	0,586	
1	0,1	0,075		0,861	0,875					0,531	0,564	
1	0,1	0,090		0,840	0,859					0,467	0,497	

Таблиця А.19 – Інтенсивність обслуговування заявок за заданих параметрів системи обслуговування

Параметри системи:				**M = 2, Q = 0**								
$P_{бз}$	**$P_{нз}$**	ρ_2	**χ1=**	**0,533**			**3,67**			**8,33**		
			χ3=	**0,533**	**0,200**	**0,0333**	**1,000**	**0,200**	**0,0333**	**1,000**	**0,200**	**0,0333**
0	0	0,015		0,980	0,986	0,986	0,984	0,981	0,986	0,982	0,978	0,946
0	0	0,030		0,975	0,969	0,969	0,972	0,963	0,960	0,963	0,950	0,915
0	0	0,045		0,957	0,957	0,955	0,955	0,952	0,940	0,932	0,912	0,871
0	0	0,060		0,946	0,947	0,945	0,931	0,927	0,924	0,881	0,873	0,826
0	0	0,075		0,931	0,931	0,926	0,921	0,920	0,894	0,839	0,855	0,805
0	0	0,090		0,918	0,924	0,918	0,889	0,889	0,875	0,809	0,821	0,773
0	1	0,015		0,973	0,970	0,972	0,886	0,892	0,870	0,768	0,761	0,703
0	1	0,030		0,956	0,952	0,956	0,792	0,795	0,761	0,639	0,611	0,527
0	1	0,045		0,932	0,935	0,930	0,711	0,708	0,675	0,502	0,504	0,423
0	1	0,060		0,919	0,920	0,913	0,636	0,652	0,592	0,388	0,376	0,343
0	1	0,075		0,898	0,891	0,894	0,591	0,582	0,534	0,316	0,320	0,279
0	1	0,090		0,875	0,873	0,869	0,517	0,534	0,486	0,227	0,251	0,222
0	0,1	0,015		0,982	0,981		0,980	0,866		0,954	0,958	0,924
0	0,1	0,030		0,966	0,965		0,944	0,951		0,919	0,911	0,896
0	0,1	0,045		0,953	0,959		0,921	0,911		0,868	0,872	0,857
0	0,1	0,060		0,940	0,941		0,902	0,899		0,850	0,842	0,823
0	0,1	0,075		0,927	0,924		0,889	0,889		0,801	0,813	0,789
0	0,1	0,090		0,914	0,911		0,861	0,848		0,750	0,753	0,740
0,1	0	0,015		0,983	0,983		0,987	0,976		0,974	0,960	0,940
0,1	0	0,030		0,966	0,968		0,959	0,955		0,939	0,927	0,903
0,1	0	0,045		0,950	0,950		0,930	0,937		0,905	0,894	0,866
0,1	0	0,060		0,938	0,938		0,893	0,909		0,862	0,845	0,850
0,1	0	0,075		0,925	0,925		0,885	0,896		0,817	0,826	0,798

Продовження таблиці А.19 – Інтенсивність обслуговування заявок за заданих параметрів системи обслуговування

Параметри системи:				**M = 2, Q = 0**								
$P_{бз}$	**$P_{нз}$**	ρ_2	**χ1=**	**0,533**			**3,67**			**8,33**		
			χ3=	**0,533**	**0,200**	**0,0333**	**1,000**	**0,200**	**0,0333**	**1,000**	**0,200**	**0,0333**
0,1	0	0,090		0,915	0,915		0,877	0,878		0,779	0,790	0,779
0,1	1	0,015		0,975	0,975		0,877	0,880		0,796	0,770	
0,1	1	0,030		0,943	0,943		0,783	0,781		0,575	0,599	
0,1	1	0,045		0,916	0,916		0,692	0,716		0,448	0,481	
0,1	1	0,060		0,887	0,887		0,619	0,633		0,347	0,396	
0,1	1	0,075		0,862	0,862		0,554	0,565		0,284	0,304	
0,1	1	0,090		0,834	0,834		0,493	0,488		0,234	0,243	
0,5	1	0,015		0,975	0,975		0,877	0,880		0,796	0,770	
0,5	1	0,030		0,943	0,943		0,783	0,781		0,575	0,599	
0,5	1	0,045		0,916	0,916		0,692	0,716		0,448	0,481	
0,5	1	0,060		0,887	0,887		0,619	0,633		0,347	0,396	
0,5	1	0,075		0,862	0,862		0,554	0,565		0,284	0,304	
0,5	1	0,090		0,834	0,834		0,493	0,488		0,234	0,243	
0,5	0,1	0,015		0,978	0,977		0,942	0,947		0,899	0,907	
0,5	0,1	0,030		0,954	0,964		0,894	0,899		0,834	0,823	
0,5	0,1	0,045		0,931	0,942		0,847	0,860		0,762	0,785	
0,5	0,1	0,060		0,909	0,913		0,813	0,826		0,703	0,704	
0,5	0,1	0,075		0,894	0,907		0,775	0,791		0,649	0,659	
0,5	0,1	0,090		0,875	0,885		0,742	0,758		0,618	0,637	
1	0	0,015		0,974	0,969	0,972	0,925	0,940	0,915	0,881	0,882	0,854
1	0	0,030		0,944	0,943	0,953	0,855	0,865	0,849	0,766	0,788	0,751
1	0	0,045		0,916	0,929	0,93	0,814	0,820	0,795	0,651	0,697	0,668
1	0	0,060		0,891	0,905	0,911	0,760	0,785	0,748	0,592	0,672	0,619

Кінець таблиці А.19 – Інтенсивність обслуговування заявок за заданих параметрів системи обслуговування

Параметри системи:				$\mathbf{M = 2, Q = 0}$								
$P_{бз}$	**$P_{нз}$**	ρ_2	**$\chi 1$=**	**0,533**			**3,67**			**8,33**		
			$\chi 3$=	**0,533**	**0,200**	**0,0333**	**1,000**	**0,200**	**0,0333**	**1,000**	**0,200**	**0,0333**
1	0	0,075		0,864	0,887	0,894	0,707	0,732	0,712	0,560	0,573	0,567
1	0	0,090		0,843	0,863	0,875	0,650	0,700	0,677	0,525	0,550	0,530
1	1	0,015		0,968	0,962	0,962	0,877	0,867	0,888	0,782	0,771	0,705
1	1	0,030		0,928	0,929	0,938	0,760	0,796	0,751	0,616	0,606	0,536
1	1	0,045		0,896	0,910	0,911	0,675	0,690	0,667	0,471	0,494	0,425
1	1	0,060		0,873	0,873	0,880	0,597	0,617	0,600	0,345	0,376	0,333
1	1	0,075		0,833	0,840	0,854	0,510	0,565	0,541	0,256	0,295	0,271
1	1	0,090		0,809	0,825	0,835	0,456	0,485	0,492	0,220	0,246	0,217
1	0,5	0,015		0,968	0,968		0,900	0,900		0,811	0,810	
1	0,5	0,030		0,938	0,940		0,816	0,831		0,643	0,698	
1	0,5	0,045		0,899	0,917		0,741	0,757		0,567	0,579	
1	0,5	0,060		0,880	0,890		0,664	0,705		0,507	0,530	
1	0,5	0,075		0,852	0,870		0,624	0,632		0,432	0,466	
1	0,5	0,090		0,821	0,849		0,565	0,600		0,381	0,405	
1	0,1	0,015		0,970	0,971					0,852	0,850	
1	0,1	0,030		0,942	0,949					0,752	0,761	
1	0,1	0,045		0,915	0,924					0,667	0,709	
1	0,1	0,060		0,885	0,905					0,603	0,612	
1	0,1	0,075		0,869	0,883					0,536	0,565	
1	0,1	0,090		0,836	0,862					0,486	0,507	

Таблиця А.20 – Інтенсивність обслуговування заявок за заданих параметрів системи обслуговування

Параметри системи:				**M = 3, Q = 0**								
$P_{бз}$	**$P_{нз}$**	**ρ_2**	**χ1=**	**0,533**			**3,67**			**8,33**		
			χ3=	**0,533**	**0,200**	**0,0333**	**1,000**	**0,200**	**0,0333**	**1,000**	**0,200**	**0,0333**
0	0	0,015		0,984	0,983	0,984	0,983	0,989	0,988	0,983	0,984	0,982
0	0	0,030		0,975	0,973	0,968	0,976	0,967	0,973	0,967	0,963	0,960
0	0	0,045		0,955	0,953	0,959	0,955	0,955	0,957	0,944	0,958	0,933
0	0	0,060		0,947	0,947	0,942	0,945	0,950	0,941	0,936	0,944	0,913
0	0	0,075		0,932	0,930	0,930	0,927	0,933	0,922	0,928	0,911	0,902
0	0	0,090		0,922	0,915	0,919	0,917	0,916	0,910	0,907	0,892	0,881
0	1	0,015		0,976	0,973	0,980	0,895	0,872	0,882	0,785	0,782	0,683
0	1	0,030		0,951	0,955	0,943	0,809	0,815	0,737	0,615	0,606	0,565
0	1	0,045		0,926	0,937	0,933	0,720	0,716	0,656	0,486	0,510	0,437
0	1	0,060		0,906	0,915	0,911	0,633	0,655	0,580	0,374	0,391	0,352
0	1	0,075		0,899	0,888	0,895	0,588	0,581	0,533	0,291	0,311	0,291
0	1	0,090		0,873	0,879	0,874	0,508	0,526	0,480	0,229	0,247	0,230
0	0,1	0,015		0,984	0,982		0,976	0,977		0,972	0,961	0,951
0	0,1	0,030		0,974	0,969		0,965	0,954		0,938	0,932	0,919
0	0,1	0,045		0,956	0,948		0,937	0,932		0,897	0,904	0,893
0	0,1	0,060		0,936	0,947		0,913	0,917		0,881	0,881	0,873
0	0,1	0,075		0,924	0,927		0,895	0,895		0,860	0,851	0,849
0	0,1	0,090		0,912	0,910		0,874	0,880		0,835	0,839	0,825
0,1	0	0,015		0,983	0,978		0,979	0,976		0,976	0,970	0,947
0,1	0	0,030		0,968	0,968		0,961	0,959		0,61	0,952	0,933
0,1	0	0,045		0,953	0,949		0,944	0,946		0,931	0,923	0,906
0,1	0	0,060		0,938	0,941		0,923	0,920		0,886	0,906	0,892
0,1	0	0,075		0,929	0,925		0,909	0,905		0,873	0,883	0,867

Продовження таблиці А.20 – Інтенсивність обслуговування заявок за заданих параметрів системи обслуговування

Параметри системи:				**M = 3, Q = 0**								
$P_{бз}$	**$P_{нз}$**	ρ_2	**χ1=**	**0,533**			**3,67**			**8,33**		
			χ3=	**0,533**	**0,200**	**0,0333**	**1,000**	**0,200**	**0,0333**	**1,000**	**0,200**	**0,0333**
0,1	0	0,090		0,915	0,915		0,893	0,886		0,850	0,860	0,847
0,1	1	0,015		0,960	0,967		0,883	0,902		0,770	0,797	
0,1	1	0,030		0,942	0,944		0,784	0,773		0,578	0,622	
0,1	1	0,045		0,909	0,916		0,693	0,719		0,440	0,482	
0,1	1	0,060		0,887	0,897		0,611	0,647		0,359	0,396	
0,1	1	0,075		0,861	0,872		0,552	0,567		0,281	0,325	
0,1	1	0,090		0,838	0,847		0,479	0,491		0,223	0,226	
0,5	1	0,015		0,960	0,967		0,883	0,902		0,770	0,797	
0,5	1	0,030		0,942	0,944		0,784	0,773		0,578	0,622	
0,5	1	0,045		0,909	0,916		0,693	0,719		0,440	0,482	
0,5	1	0,060		0,887	0,897		0,611	0,647		0,359	0,396	
0,5	1	0,075		0,861	0,872		0,552	0,567		0,281	0,325	
0,5	1	0,090		0,838	0,847		0,479	0,491		0,223	0,226	
0,5	0,1	0,015		0,978	0,975		0,938	0,952		0,900	0,902	
0,5	0,1	0,030		0,954	0,962		0,900	0,904		0,840	0,832	
0,5	0,1	0,045		0,932	0,942		0,855	0,867		0,769	0,801	
0,5	0,1	0,060		0,913	0,919		0,822	0,824		0,720	0,736	
0,5	0,1	0,075		0,890	0,903		0,777	0,808		0,680	0,698	
0,5	0,1	0,090		0,877	0,886		0,749	0,774		0,636	0,654	
1	0	0,015		0,970	0,974	0,974	0,919	0,936	0,916	0,881	0,881	0,851
1	0	0,030		0,937	0,948	0,952	0,861	0,871	0,831	0,736	0,776	0,755
1	0	0,045		0,914	0,927	0,938	0,808	0,825	0,793	0,662	0,704	0,671

Кінець таблиці А.20 – Інтенсивність обслуговування заявок за заданих параметрів системи обслуговування

Параметри системи:				$\mathbf{M = 3, Q = 0}$								
$\mathbf{P_{бз}}$	$\mathbf{P_{нз}}$	ρ_2	**χ1=**	**0,533**			**3,67**			**8,33**		
			χ3=	**0,533**	**0,200**	**0,0333**	**1,000**	**0,200**	**0,0333**	**1,000**	**0,200**	**0,0333**
1	0	0,060		0,887	0,910	0,914	0,754	0,790	0,759	0,611	0,670	0,618
1	0	0,075		0,864	0,882	0,893	0,709	0,736	0,719	0,574	0,593	0,575
1	0	0,090		0,842	0,866	0,971	0,661	0,700	0,683	0,538	0,549	0,542
1	1	0,015		0,962	0,961	0,957	0,869	0,874	0,862	0,754	0,762	0,668
1	1	0,030		0,929	0,934	0,936	0,778	0,782	0,768	0,598	0,595	0,525
1	1	0,045		0,893	0,901	0,908	0,675	0,694	0,698	0,449	0,479	0,430
1	1	0,060		0,865	0,888	0,881	0,604	0,609	0,611	0,341	0,394	0,353
1	1	0,075		0,833	0,851	0,855	0,535	0,537	0,549	0,257	0,298	0,276
1	1	0,090		0,807	0,828	0,830	0,485	0,505	0,502	0,202	0,232	0,222
1	0,5	0,015		0,958	0,966		0,894	0,898		0,808	0,818	
1	0,5	0,030		0,937	0,947		0,802	0,840		0,665	0,716	
1	0,5	0,045		0,904	0,915		0,735	0,766		0,580	0,611	
1	0,5	0,060		0,882	0,898		0,673	0,703		0,497	0,532	
1	0,5	0,075		0,844	0,875		0,616	0,652		0,444	0,491	
1	0,5	0,090		0,826	0,850		0,569	0,613		0,392	0,416	
1	0,1	0,015		0,970	0,971					0,866	0,870	
1	0,1	0,030		0,940	0,948					0,772	0,773	
1	0,1	0,045		0,915	0,924					0,678	0,703	
1	0,1	0,060		0,890	0,901					0,618	0,628	
1	0,1	0,075		0,863	0,888					0,538	0,583	
1	0,1	0,090		0,846	0,870					0,486	0,531	

Таблиця А.21 – Інтенсивність обслуговування заявок за заданих параметрів системи обслуговування

Параметри системи:				$\mathbf{M = 1, Q = 0, B = 2}$								
$P_{бз}$	**$P_{нз}$**	ρ_2	**χ1=**	**0,533**			**3,67**			**8,33**		
			χ3=	**0,533**	**0,200**	**0,0333**	**1,000**	**0,200**	**0,0333**	**1,000**	**0,200**	**0,0333**
0	0	0,015		0,988	0,983	0,986	0,957	0,942	0,948	0,889	0,878	0,860
0	0	0,030		0,970	0,971	0,970	0,897	0,892	0,882	0,814	0,793	0,778
0	0	0,045		0,956	0,957	0,955	0,859	0,852	0,832	0,714	0,710	0,683
0	0	0,060		0,946	0,942	0,941	0,821	0,810	0,801	0,649	0,670	0,623
0	0	0,075		0,935	0,931	0,928	0,791	0,790	0,762	0,616	0,613	0,572
0	0	0,090		0,917	0,918	0,914	0,757	0,759	0,735	0,579	0,559	0,537
0	1	0,015		0,976	0,977	0,969	0,893	0,897	0,892	0,797	0,775	0,748
0	1	0,030		0,953	0,953	0,953	0,793	0,816	0,786	0,635	0,616	0,578
0	1	0,045		0,928	0,937	0,923	0,721	0,712	0,685	0,504	0,484	0,454
0	1	0,060		0,916	0,905	0,906	0,652	0,647	0,604	0,409	0,381	0,363
0	1	0,075		0,896	0,895	0,887	0,603	0,597	0,544	0,330	0,325	0,310
0	1	0,090		0,877	0,871	0,867	0,539	0,527	0,501	0,261	0,243	0,257
0	0,1	0,015		0,986	0,985		0,944	0,949		0,876	0,888	0,830
0	0,1	0,030		0,966	0,962		0,888	0,884		0,751	0,775	0,755
0	0,1	0,045		0,956	0,952		0,851	0,838		0,684	0,709	0,676
0	0,1	0,060		0,940	0,941		0,787	0,792		0,642	0,635	0,623
0	0,1	0,075		0,926	0,927		0,770	0,766		0,595	0,584	0,582
0	0,1	0,090		0,910	0,915		0,728	0,719		0,535	0,527	0,543
0,1	0	0,015		0,986	0,983		0,926	0,943		0,875	0,865	0,835
0,1	0	0,030		0,966	0,971		0,894	0,879		0,798	0,788	0,770
0,1	0	0,045		0,954	0,953		0,836	0,841		0,729	0,714	0,698
0,1	0	0,060		0,940	0,936		0,787	0,805		0,641	0,659	0,641

Продовження таблиці А.21 – Інтенсивність обслуговування заявок за заданих параметрів системи обслуговування

Параметри системи:				**M = 1, Q = 0, B = 2**								
$P_{бз}$	**$P_{нз}$**	ρ_2	**χ1=**	**0,533**			**3,67**			**8,33**		
			χ3=	**0,533**	**0,200**	**0,0333**	**1,000**	**0,200**	**0,0333**	**1,000**	**0,200**	**0,0333**
0,1	0	0,075		0,925	0,924		0,771	0,762		0,589	0,594	0,594
0,1	0	0,090		0,906	0,911		0,728	0,735		0,558	0,559	0,547
0,1	1	0,015		0,976	0,980		0,883	0,857		0,808	0,781	
0,1	1	0,030		0,956	0,954		0,784	0,788		0,633	0,594	
0,1	1	0,045		0,926	0,924		0,716	0,713		0,496	0,482	
0,1	1	0,060		0,906	0,909		0,643	0,634		0,383	0,389	
0,1	1	0,075		0,887	0,878		0,583	0,582		0,319	0,320	
0,1	1	0,090		0,865	0,867		0,512	0,511		0,277	0,258	
0,5	1	0,015		0,971	0,974		0,873	0,861		0,732	0,754	
0,5	1	0,030		0,932	0,941		0,759	0,768		0,585	0,600	
0,5	1	0,045		0,906	0,922		0,688	0,691		0,455	0,467	
0,5	1	0,060		0,882	0,883		0,593	0,601		0,382	0,370	
0,5	1	0,075		0,863	0,869		0,537	0,532		0,303	0,299	
0,5	1	0,090		0,829	0,856		0,474	0,484		0,254	0,242	
0,5	0,1	0,015		0,980	0,979		0,924	0,898		0,857	0,867	
0,5	0,1	0,030		0,953	0,959		0,833	0,844		0,753	0,726	
0,5	0,1	0,045		0,934	0,938		0,790	0,790		0,651	0,671	
0,5	0,1	0,060		0,915	0,923		0,726	0,731		0,566	0,578	
0,5	0,1	0,075		0,893	0,912		0,683	0,692		0,511	0,522	
0,5	0,1	0,090		0,873	0,884		0,629	0,648		0,486	0,485	
1	0	0,015		0,973	0,977	0,971	0,909	0,905	0,883	0,842	0,845	0,828
1	0	0,030		0,941	0,951	0,948	0,791	0,808	0,800	0,731	0,737	0,706

Кінець таблиці А.21 – Інтенсивність обслуговування заявок за заданих параметрів системи обслуговування

Параметри системи:				$\mathbf{M = 1, Q = 0, B = 2}$								
$\mathbf{P_{бз}}$	$\mathbf{P_{нз}}$	ρ_2	**χ1=**	**0,533**			**3,67**			**8,33**		
			χ3=	**0,533**	**0,200**	**0,0333**	**1,000**	**0,200**	**0,0333**	**1,000**	**0,200**	**0,0333**
1	0	0,045		0,916	0,928	0,931	0,735	0,744	0,730	0,637	0,642	0,612
1	0	0,060		0,892	0,903	0,912	0,687	0,706	0,664	0,557	0,576	0,545
1	0	0,075		0,869	0,892	0,898	0,629	0,640	0,611	0,480	0,527	0,496
1	0	0,090		0,842	0,869	0,878	0,579	0,597	0,569	0,429	0,466	0,443
1	1	0,015		0,957	0,967	0,970	0,849	0,846	0,837	0,751	0,706	0,695
1	1	0,030		0,930	0,933	0,932	0,724	0,727	0,705	0,577	0,575	0,536
1	1	0,045		0,889	0,909	0,906	0,644	0,663	0,628	0,448	0,459	0,400
1	1	0,060		0,859	0,870	0,866	0,556	0,574	0,549	0,366	0,354	0,335
1	1	0,075		0,833	0,843	0,846	0,505	0,503	0,501	0,280	0,286	0,273
1	1	0,090		0,807	0,828	0,831	0,433	0,452	0,443	0,235	0,240	0,228
1	0,5	0,015		0,955	0,972		0,894	0,877		0,774	0,785	
1	0,5	0,030		0,936	0,941		0,763	0,780		0,653	0,672	
1	0,5	0,045		0,907	0,913		0,668	0,713		0,545	0,535	
1	0,5	0,060		0,871	0,887		0,610	0,645		0,448	0,466	
1	0,5	0,075		0,849	0,866		0,560	0,582		0,386	0,411	
1	0,5	0,090		0,826	0,849		0,518	0,523		0,340	0,363	
1	0,1	0,015		0,964	0,975		0,892	0,891		0,833	0,827	
1	0,1	0,030		0,943	0,953		0,809	0,823		0,693	0,705	
1	0,1	0,045		0,916	0,922		0,741	0,742		0,584	0,634	
1	0,1	0,060		0,883	0,903		0,663	0,700		0,509	0,548	
1	0,1	0,075		0,861	0,885		0,611	0,623		0,455	0,488	
1	0,1	0,090		0,839	0,862		0,556	0,574		0,430	0,462	

Таблиця А.22 – Інтенсивність обслуговування заявок за заданих параметрів системи обслуговування

Параметри системи:				$\mathbf{M = 2, Q = 1, B = 2}$								
$\mathbf{P_{бз}}$	$\mathbf{P_{нз}}$	ρ_2	**χ1=**	**0,533**			**3,67**			**8,33**		
			χ3=	**0,533**	**0,200**	**0,0333**	**1,000**	**0,200**	**0,0333**	**1,000**	**0,200**	**0,0333**
0	0	0,015		0,993	0,996	0,999	0,984	0,995	0,994	0,982	0,987	0,973
0	0	0,030		0,986	0,995	0,998	0,955	0,988	0,987	0,965	0,961	0,943
0	0	0,045		0,978	0,990	0,997	0,956	0,982	0,976	0,936	0,947	0,904
0	0	0,060		0,972	0,987	0,996	0,937	0,969	0,967	0,893	0,927	0,868
0	0	0,075		0,958	0,985	0,993	0,924	0,958	0,954	0,845	0,888	0,841
0	0	0,090		0,952	0,981	0,993	0,903	0,949	0,944	0,800	0,849	0,815
0	1	0,015		0,982	0,987	0,975	0,890	0,874	0,879	0,762	0,791	0,723
0	1	0,030		0,965	0,963	0,967	0,790	0,815	0,729	0,638	0,617	0,526
0	1	0,045		0,957	0,962	0,942	0,735	0,706	0,655	0,482	0,494	0,425
0	1	0,060		0,928	0,932	0,932	0,619	0,638	0,585	0,361	0,364	0,341
0	1	0,075		0,914	0,921	0,918	0,572	0,594	0,523	0,287	0,294	0,265
0	1	0,090		0,902	0,897	0,904	0,516	0,509	0,475	0,220	0,241	0,277
0	0,1	0,015		0,993	0,997		0,971	0,984		0,965	0,968	0,943
0	0,1	0,030		0,983	0,995		0,949	0,970		0,936	0,926	0,914
0	0,1	0,045		0,977	0,985		0,933	0,946		0,889	0,894	0,883
0	0,1	0,060		0,966	0,982		0,896	0,940		0,847	0,862	0,844
0	0,1	0,075		0,957	0,977		0,879	0,926		0,778	0,847	0,821
0	0,1	0,090		0,949	0,976		0,859	0,908		0,755	0,780	0,790
0,1	0	0,015		0,992	0,996		0,981	0,990		0,974	0,975	0,951
0,1	0	0,030		0,978	0,992		0,958	0,975		0,933	0,940	0,936
0,1	0	0,045		0,969	0,985		0,938	0,969		0,874	0,925	0,900
0,1	0	0,060		0,964	0,983		0,895	0,936		0,835	0,887	0,875

Продовження таблиці А.22 – Інтенсивність обслуговування заявок за заданих параметрів системи обслуговування

Параметри системи:				**M = 2, Q = 1, B = 2**								
$P_{бз}$	**$P_{нз}$**	ρ_2	**χ1=**	**0,533**			**3,67**			**8,33**		
			χ3=	**0,533**	**0,200**	**0,0333**	**1,000**	**0,200**	**0,0333**	**1,000**	**0,200**	**0,0333**
0,1	0	0,075		0,954	0,979		0,895	0,941		0,810	0,836	0,847
0,1	0	0,090		0,947	0,972		0,866	0,935		0,786	0,811	0,813
0,1	1	0,015		0,978	0,980		0,904	0,869		0,780	0,765	
0,1	1	0,030		0,964	0,980		0,801	0,798		0,600	0,599	
0,1	1	0,045		0,946	0,947		0,706	0,708		0,460	0,478	
0,1	1	0,060		0,933	0,933		0,616	0,633		0,360	0,396	
0,1	1	0,075		0,917	0,922		0,557	0,545		0,286	0,284	
0,1	1	0,090		0,892	0,904		0,504	0,517		0,210	0,226	
0,5	1	0,015		0,972	0,984		0,875	0,882		0,754	0,765	
0,5	1	0,030		0,955	0,955		0,757	0,773		0,585	0,600	
0,5	1	0,045		0,927	0,943		0,650	0,673		0,442	0,450	
0,5	1	0,060		0,909	0,917		0,585	0,598		0,346	0,346	
0,5	1	0,075		0,888	0,898		0,522	0,537		0,273	0,292	
0,5	1	0,090		0,872	0,884		0,466	0,475		0,213	0,215	
0,5	0,1	0,015		0,983	0,991		0,943	0,963		0,912	0,902	
0,5	0,1	0,030		0,971	0,979		0,897	0,919		0,844	0,850	
0,5	0,1	0,045		0,954	0,971		0,851	0,885		0,761	0,799	
0,5	0,1	0,060		0,933	0,963		0,808	0,856		0,710	0,747	
0,5	0,1	0,075		0,923	0,954		0,773	0,824		0,654	0,696	
0,5	0,1	0,090		0,905	0,943		0,745	0,795		0,608	0,649	
1	0	0,015		0,983	0,986	0,991	0,927	0,941	0,933	0,882	0,894	0,872
1	0	0,030		0,955	0,974	0,982	0,869	0,901	0,872	0,784	0,814	0,780

Кінець таблиці А.22 – Інтенсивність обслуговування заявок за заданих параметрів системи обслуговування

Параметри системи:				$\mathbf{M=2, Q=1, B=2}$								
$\mathbf{P_{бз}}$	$\mathbf{P_{нз}}$	ρ_2	**χ1=**	**0,533**			**3,67**			**8,33**		
			χ3=	**0,533**	**0,200**	**0,0333**	**1,000**	**0,200**	**0,0333**	**1,000**	**0,200**	**0,0333**
1	0	0,075		0,892	0,928	0,961	0,710	0,773	0,747	0,559	0,625	0,603
1	0	0,090		0,880	0,924	0,948	0,669	0,751	0,715	0,521	0,598	0,562
1	1	0,015		0,973	0,973	0,971	0,833	0,852	0,825	0,754	0,753	0,690
1	1	0,030		0,939	0,954	0,948	0,727	0,749	0,710	0,568	0,569	0,515
1	1	0,045		0,911	0,922	0,925	0,621	0,650	0,621	0,438	0,446	0,380
1	1	0,060		0,885	0,902	0,900	0,548	0,563	0,544	0,342	0,351	0,306
1	1	0,075		0,850	0,880	0,886	0,485	0,504	0,490	0,259	0,275	0,247
1	1	0,090		0,825	0,856	0,864	0,424	0,439	0,433	0,199	0,205	0,194
1	0,5	0,015		0,971	0,977		0,876	0,891		0,813	0,794	
1	0,5	0,030		0,950	0,964		0,773	0,813		0,661	0,705	
1	0,5	0,045		0,923	0,934		0,709	0,753		0,549	0,598	
1	0,5	0,060		0,894	0,925		0,657	0,698		0,505	0,518	
1	0,5	0,075		0,874	0,905		0,616	0,640		0,433	0,457	
1	0,5	0,090		0,851	0,883		0,562	0,600		0,388	0,419	
1	0,1	0,015		0,977	0,984		0,912	0,932		0,832	0,866	
1	0,1	0,030		0,950	0,973		0,855	0,883		0,779	0,781	
1	0,1	0,045		0,929	0,957		0,775	0,844		0,644	0,728	
1	0,1	0,060		0,912	0,940		0,709	0,775		0,587	0,640	
1	0,1	0,075		0,888	0,929		0,686	0,757		0,532	0,594	
1	0,1	0,090		0,878	0,915		0,655	0,715		0,505	0,549	

Таблиця А.23 – Інтенсивність обслуговування заявок за заданих параметрів системи обслуговування

Параметри системи:				**M = 3, Q = 2, B = 2**								
$P_{бз}$	**$P_{нз}$**	ρ_2	**χ1=**	**0,533**			**3,67**			**8,33**		
			χ3=	**0,533**	**0,200**	**0,0333**	**1,000**	**0,200**	**0,0333**	**1,000**	**0,200**	**0,0333**
0	0	0,015		0,992	0,997	0,999	0,986	0,998	1,000	0,988	0,995	0,990
0	0	0,030		0,987	0,995	0,998	0,974	0,994	0,997	0,979	0,991	0,984
0	0	0,045		0,976	0,992	0,998	0,962	0,990	0,996	0,958	0,989	0,969
0	0	0,060		0,966	0,990	0,998	0,941	0,986	0,994	0,935	0,978	0,963
0	0	0,075		0,963	0,986	0,998	0,933	0,984	0,990	0,912	0,957	0,945
0	0	0,090		0,957	0,983	0,997	0,916	0,983	0,989	0,897	0,957	0,939
0	1	0,015		0,985	0,985	0,976	0,903	0,913	0,878	0,759	0,761	0,722
0	1	0,030		0,965	0,966	0,964	0,802	0,794	0,748	0,634	0,601	0,558
0	1	0,045		0,948	0,959	0,949	0,728	0,733	0,648	0,491	0,504	0,412
0	1	0,060		0,932	0,938	0,926	0,659	0,643	0,571	0,370	0,354	0,340
0	1	0,075		0,927	0,924	0,920	0,579	0,584	0,528	0,282	0,305	0,272
0	1	0,090		0,898	0,910	0,903	0,525	0,510	0,474	0,214	0,229	0,222
0	0,1	0,015		0,992	0,995		0,977	0,988		0,972	0,967	0,954
0	0,1	0,030		0,982	0,991		0,958	0,975		0,947	0,953	0,944
0	0,1	0,045		0,973	0,990		0,931	0,962		0,903	0,932	0,920
0	0,1	0,060		0,965	0,984		0,920	0,953		0,880	0,919	0,912
0	0,1	0,075		0,959	0,979		0,891	0,938		0,854	0,898	0,894
0	0,1	0,090		0,949	0,971		0,881	0,929		0,833	0,886	0,880
0,1	0	0,015		0,991	0,996		0,979	0,993		0,979	0,980	0,971
0,1	0	0,030		0,985	0,994		0,956	0,983		0,958	0,974	0,962
0,1	0	0,045		0,975	0,989		0,932	0,973		0,927	0,955	0,953
0,1	0	0,060		0,968	0,985		0,929	0,967		0,889	0,939	0,933

Продовження таблиці А.23 – Інтенсивність обслуговування заявок за заданих параметрів системи обслуговування

Параметри системи:				**M = 3, Q = 2, B = 2**								
$P_{бз}$	**$P_{нз}$**	**ρ_2**	**χ1=**	**0,533**			**3,67**			**8,33**		
			χ3=	**0,533**	**0,200**	**0,0333**	**1,000**	**0,200**	**0,0333**	**1,000**	**0,200**	**0,0333**
0,1	0	0,075		0,958	0,981		0,903	0,959		0,872	0,929	0,931
0,1	0	0,090		0,949	0,975		0,884	0,954		0,846	0,910	0,898
0,1	1	0,015		0,980	0,975		0,902	0,886		0,738	0,758	
0,1	1	0,030		0,969	0,962		0,807	0,785		0,594	0,612	
0,1	1	0,045		0,941	0,941		0,727	0,701		0,439	0,498	
0,1	1	0,060		0,931	0,932		0,619	0,645		0,341	0,365	
0,1	1	0,075		0,918	0,914		0,560	0,572		0,279	0,299	
0,1	1	0,090		0,900	0,906		0,498	0,515		0,224	0,225	
0,5	1	0,015		0,975	0,981		0,879	0,958		0,796	0,741	
0,5	1	0,030		0,952	0,960		0,755	0,919		0,582	0,581	
0,5	1	0,045		0,929	0,935		0,672	0,885		0,439	0,459	
0,5	1	0,060		0,908	0,915		0,586	0,867		0,358	0,364	
0,5	1	0,075		0,893	0,898		0,516	0,849		0,266	0,282	
0,5	1	0,090		0,857	0,890		0,466	0,817		0,213	0,219	
0,5	0,1	0,015		0,980	0,988		0,942	0,960		0,896	0,912	
0,5	0,1	0,030		0,964	0,980		0,896	0,923		0,848	0,857	
0,5	0,1	0,045		0,953	0,972		0,858	0,896		0,773	0,829	
0,5	0,1	0,060		0,942	0,963		0,820	0,865		0,729	0,756	
0,5	0,1	0,075		0,922	0,954		0,788	0,840		0,697	0,738	
0,5	0,1	0,090		0,912	0,946		0,753	0,819		0,647	0,715	
1	0	0,015		0,973	0,987	0,991	0,923	0,943	0,895	0,872	0,882	0,864
1	0	0,030		0,949	0,976	0,983	0,853	0,894	0,850	0,797	0,809	0,790

Кінець ДОДАТКА А

Кінець таблиці А.23 – Інтенсивність обслуговування заявок за заданих параметрів системи обслуговування

Параметри системи:				**M = 3, Q = 2, B = 2**								
$P_{бз}$	**$P_{нз}$**	ρ_2	**χ1=**	**0,533**			**3,67**			**8,33**		
			χ3=	**0,533**	**0,200**	**0,0333**	**1,000**	**0,200**	**0,0333**	**1,000**	**0,200**	**0,0333**
1	0	0,045		0,934	0,958	0,975	0,812	0,864	0,825	0,716	0,743	0,712
1	0	0,060		0,914	0,946	0,968	0,762	0,822	0,803	0,650	0,705	0,667
1	0	0,075		0,887	0,937	0,960	0,728	0,784	0,762	0,595	0,648	0,632
1	0	0,090		0,880	0,926	0,950	0,679	0,756	0,744	0,526	0,614	0,591
1	1	0,015		0,974	0,970	0,969	0,848	0,833	0,848	0,730	0,732	0,706
1	1	0,030		0,936	0,941	0,937	0,738	0,734	0,717	0,563	0,570	0,501
1	1	0,045		0,912	0,917	0,923	0,652	0,643	0,635	0,419	0,436	0,387
1	1	0,060		0,888	0,900	0,906	0,555	0,563	0,559	0,334	0,353	0,299
1	1	0,075		0,859	0,879	0,879	0,471	0,501	0,489	0,263	0,278	0,250
1	1	0,090		0,831	0,848	0,866	0,425	0,441	0,442	0,199	0,213	0,199
1	0,5	0,015		0,971	0,976		0,882	0,891		0,799	0,822	
1	0,5	0,030		0,945	0,957		0,812	0,814		0,690	0,694	
1	0,5	0,045		0,921	0,945		0,715	0,764		0,578	0,613	
1	0,5	0,060		0,894	0,916		0,658	0,707		0,499	0,543	
1	0,5	0,075		0,879	0,909		0,597	0,656		0,439	0,485	
1	0,5	0,090		0,855	0,890		0,570	0,611		0,405	0,445	
1	0,1	0,015		0,974	0,983		0,912	0,929		0,858	0,877	
1	0,1	0,030		0,954	0,970		0,843	0,883		0,728	0,782	
1	0,1	0,045		0,931	0,955		0,772	0,835		0,676	0,722	
1	0,1	0,060		0,907	0,944		0,727	0,804		0,620	0,673	
1	0,1	0,075		0,895	0,929		0,700	0,757		0,585	0,624	
1	0,1	0,090		0,874	0,916		0,669	0,736		0,526	0,586	

ДОДАТОК Б
СТАТИСТИЧНІ ДАНІ РОБОТИ ЦЕНТРУ ДОКУМЕНТАЛЬНОГО ОПРАЦЮВАННЯ ІНФОРМАЦІЇ ТА РАНДОМІЗОВАНІ ПЛАНИ ОПРАЦЮВАННЯ ДОКУМЕНТІВ

Б.1 Вихідні статистичні дані роботи центру опрацювання документальної інформації і результати попереднього опрацювання даних

У цьому розділі наведено вихідні статистичні дані роботи ЦДОІ протягом одного робочого тижня (п’ять днів). Задля компактності та зручності використання інформацію про роботу оператора за один робочий день і результати її попереднього опрацювання зведено в загальну таблицю.

Документи відсортовано за датою надходження на оброблення. Їхня нумерація відповідає порядку їх оброблення оператором. Також для кожного з них наведено назву та скорочене найменування підрозділу-відправника.

Оператором фіксувалися час надходження документа на оброблення $t_{\text{надх}}$, час початку $t_{\text{поч}}$ і закінчення $t_{\text{зак}}$ його оброблення, а також найменування документа та кількість підготовлених аркушів електронного варіанта документа. За цими даними було визначено час між надходженням на оброблення цього і попереднього документа $\Delta t_{\text{надх}}$, час очікування документа до початку оброблення $t_{\text{оч}}$ і час його опрацювання $t_{\text{обс}}$. Час $t_{\text{надх}}$, $t_{\text{поч}}$ і $t_{\text{зак}}$ обчислено у форматі год, хв, а час $\Delta t_{\text{надх}}$, $t_{\text{оч}}$ і $t_{\text{обс}}$ – у хв.

Продовження ДОДАТКА Б

Таблиця Б.1 – Статистичні дані роботи ЦДОІ протягом одного робочого тижня (20.08.2001–24.08.2001)

№ з/п	Назва документа	Надходження від підрозділу	$t_{надх}$	$t_{поч}$	$t_{зак}$	К-ть арк.	$\Delta t_{надх}$	$t_{оч}$	$t_{обс}$
1	Аналіз випроб. зразків ОВТ	Відділ АБТ	8,00	8,00	9,13	2		0	73
2	Лист		8,00	9,14	9,30	1	0	74	16
3	Лист		8,00	9,3	9,35	1	0	91	4
8	Наказ		8,00	10,34	10,44	1	0	154	10
9	Наказ		8,00	10,46	10,51	1	0	166	5
10	Наказ		8,00	10,52	10,54	1	0	172	2
11	Наказ		8,00	10,57	11,00	1	0	177	3
4	Лист		9,00	9,45	10,00	1	60	45	15
5	Лист		9,00	10,00	10,10	1	0	60	10
6	Лист		9,00	10,12	10,20	1	0	72	8
7	Лист		9,00	10,21	10,31	1	0	81	10
20	Особова справа в/сл		10,00	16,41	16,57	1	60	341	16
17	Лист		13,00	16,24	16,29	1	120	204	5
18	Лист		13,00	16,30	16,35	1	0	210	5
19	Лист		13,00	16,36	16,41	1	0	216	5
13	Лист		13,13	13,50	14,10	2	13	37	20
12	План техн. обсл. ОВТ		13,14	13,14	13,45	2	1	0	31
16	Наказ		14,21	16,15	16,23	1	67	114	8

Продовження таблиці Б.1 – Статистичні дані роботи ЦДОІ протягом одного робочого тижня (20.08.2001–24.08.2001)

№ з/п	Назва документа	Надходження від підрозділу	$t_{надх}$	$t_{поч}$	$t_{зак}$	К-ть арк.	$\Delta t_{надх}$	$t_{оч}$	$t_{обс}$
14	Лист		15,00	15,30	15,48	1	39	30	18
15	Лист		15,00	15,54	16,10	1	0	54	16
21	Лист		16,58	16,58	17,05	1	118	0	7
21.08.2001									
1	Особова справа в/сл.	Відділ АБТ	8,00	8,00	8,10	2		0	10
3	Наказ		8,00	8,30	8,45	4	0	30	15
4	Наказ		8,00	9,06	9,56	3	0	66	50
6	Наказ		8,00	10,00	11,00	4	0	120	60
7	Наказ		8,00	11,00	13,10	4	0	180	70
8	Лист		8,00	13,11	13,21	1	0	251	10
11	Акт списання		8,00	15,11	16,00	2	0	371	49
2	Інформація		8,15	8,15	8,30	1	15	0	15
5	Лист		8,55	8,55	9,06	1	40	0	11
9	Лист		9,00	13,22	13,32	1	5	202	10
10	Кошторис		11,00	14,00	15,10	2	120	120	70
12	Лист		16,00	16,00	16,10	2	240	0	10
15	Лист		16,00	16,21	16,41	2	0	21	20

Продовження таблиці Б.1 – Статистичні дані роботи ЦДОІ протягом одного робочого тижня (20.08.2001–24.08.2001)

№ з/п	Назва документа	Надходження від підрозділу	$t_{надх}$	$t_{поч}$	$t_{зак}$	К-ть арк.	$\Delta t_{надх}$	$t_{оч}$	$t_{обс}$
13	Розпорядження		16,10	16,10	16,12	1	10	0	2
14	Лист		16,10	16,12	16, 14	1	0	2	5
16	Лист		16,11	16,42	16,54	1	1	31	12
22.08.2001									
1	Лист		8,00	8,00	9,17	3		0	77
2	Лист		8,00	9,18	9,32	1	0	78	14
3	Лист		8,00	9,47	9,53	1	0	107	6
4	Лист		10,05	10,05	10,08	1	125	0	3
5	Лист		10,09	10,10	10,30	1	4	1	20
6	Інструкція		10,36	10,36	10,52	2	27	0	16
7	Інструкція		10,36	10,52	1 1,06	2	0	16	14
8	Лист		11,21	11,22	ll,32	1	45	1	10
9	Лист		1,22	11,32	1 1,42	1	1	10	10
11	Лист		11,50	13,00	13,28	2	28	10	28
10	Лист		1,56	11,56	11,57	2	6	0	1
12	Лист		13,05	13,30	13,51	1	9	25	21
13	Лист		14,26	14,26	14,35	1	81	0	9

Продовження таблиці Б.1 – Статистичні дані роботи ЦДОІ протягом одного робочого тижня (20.08.2001–24.08.2001)

№ з/п	Назва документа	Надходження від підрозділу	$t_{надх}$	$t_{поч}$	$t_{зак}$	К-ть арк.	$\Delta t_{надх}$	$t_{оч}$	$t_{обс}$
14	Лист		15,34	15,34	15,52	1	68	0	18
15	Наказ		16,00	16,18	16,42	1	26	18	24
23.08.2001									
1	Лист		8,00	8,00	8,08	1		0	8
2	Наказ		8,00	8,12	8,20	1	0	12	8
11	Лист		8,00	13,35	13,53	1	0	275	18
3	Інструкція		9,04	9,04	9,40	1	64	0	36
4	Інструкція		9,04	9,40	9,55	1	0	36	15
5	Інформація		9,36	9,58	10,02	1	32	22	4
7	Наказ		9,57	10,13	10,25	1	21	16	12
8	Наказ		10,21	10,25	10,30	1	24	4	5
9	Лист		10,3 1	10,3 1	1 1,05	1	10	0	34
10	Наказ		13,00	13,30	13,30	1	89	30	0
12	Лист		13,43	13,56	14,02	1	43	13	6
13	Лист		13,43	14,03	14,10	1	0	20	7
14	Лист		14,00	14,10	14,20	1	17	11	9

Кінець таблиці Б.1 – Статистичні дані роботи ЦДОІ протягом одного робочого тижня (20.08.2001–24.08.2001)

№ з/п	Назва документа	Надходження від підрозділу	$t_{надх}$	$t_{поч}$	$t_{зак}$	К-ть арк.	$\Delta t_{надх}$	$t_{оч}$	$t_{обс}$
24.08.2001									
1	Лист		8,18	8,22	8,27	1		4	5
2	Лист		8,20	8,31	8,33	1	2	11	2
3	Акт		10,08	10,08	10,16	1	108	0	8
4	Лист		1 1,06	1 1,06	11,09	1	58	0	3
5	Лист		13,05	13,10	13,20	1	59	5	10
6	Лист		16,15	16,18	16,28	1	190	3	10

Б.2 Статистичні дані роботи ЦДОІ за рандомізованими планами обслуговування

Результати оброблення статистичних даних роботи одного оператора за рандомізованими планами обслуговування наведено у зведеній таблиці Б.2.1. Для кожного робочого дня обчислено середні значення часу обслуговування $t_{\text{обс}}$ та інтервалу часу між надходженням документів $\Delta t_{\text{надх}}$, а також незміщену оцінку середньоквадратичного відхилення реального часу обслуговування від прогнозованих оператором значень часу оброблення документів за заданим рандомізованим планом. Для кожного тижня визначено значення $t_{\text{обс}}$ і $\Delta t_{\text{надх}}$ (табл. Б.2.2).

Критерії ефективності $К_1$ і $К_2$ та функцію згортки F за $\xi_1 = 0{,}3$ обчислено за математичною моделлю, розглянутою в розділі 4.3. Наприкінці таблиці наведено результати обчислення довірчого інтервалу у разі групування даних за робочими тижнях. На основі цих результатів сформовано табл. 4.5 і 4.6 для застосування вирішального правила.

Крім того, наведено статистичні дані роботи ЦДОІ з використанням бланка рандомізованого плану оброблення документів, наведеного в табл. Б.2.3, протягом декількох днів одного робочого тижня.

Таблиця Б.2.1 – Результати статистичного оброблення даних роботи оператора за рандомізованими планами обслуговування

№ з/п	Рандомізований план на день	Фактичні витрати часу на оброблення документів, що надходять									
		13.05		14.05		15.05		16.05		18.05	
		№	Вр	№	Вр	№	Вр	№	Вр	№	Вр
1	2,75			7	2			1	1		
2	2,79	4	3	6	2						
3	5,45			2	5			3	5	2	6
4	9,79			5	17			2	9		
5	10,27			1	8						
6	10,66			4	10	2	8				
7	15,58	1	11	3	12						
8	15,62			8	2						
9	16,87										
10	18,17										
11	19,21										
12	21,01	3	20								
13	25,82										
14	30,78	2	32								
15	48,31					1	300			1	68
Всього за днями:		4	66	8	58	2	308	5	15	2	74
$t_{\text{обс}} =$		16,5		7,3		154,0		5,0		37,0	
$\Delta t_{\text{надх}} =$		120,0		60,0		240,0		160,0		240,0	
$S_{\text{обс}} =$		2,8		6,1		251,7		1,4		19,7	
Всього за тиждень		19	521								

Продовження таблиці Б.2.1 – Результати статистичного оброблення даних роботи оператора за рандомізованими планами обслуговування

№ з/п	Рандомізований план на день	Фактичні витрати часу на оброблення документів, що надходять									
		20.05		21.05		22.05		23.05		24.05	
		№	Вр	№	Вр	№	Вр	№	Вр	№	Вр
1	2,75	1	2		5			2	2	4	4
2	2,79			4	5				2	2	3
3	5,45	2	5		7						5
4	9,79				7				7		10
5	10,27				9	1	14				
6	10,66										
7	15,58										
8	15,62										
9	16,87										
10	18,17										
11	19,21										
12	21,01										
13	25,82										
14	30,78	3	36			2	45				
15	48,31									5	300
Всього за днями:		3	43	5	33	2	59	3	12	5	322
$t_{\text{обс}} =$		14,3		6,6		29,5		4,0		64,4	
$\Delta t_{\text{надх}} =$		160,0		96,0		240,0		160,0		96,0	
$S_{\text{обс}} =$		3,7		2,3		14,7		2,0		125,8	
Всього за тиждень		18	469								

Кінець таблиці Б.2.1 – Результати статистичного оброблення даних роботи оператора за рандомізованими планами обслуговування

№ з/п	Рандомізований план на день	Фактичні витрати часу на оброблення документів, що надходять									
		27.05		28.05		29.05		30.05		31.05	
		№	Вр	№	Вр	№	Вр	№	Вр	№	Вр
1	2,75				4						
2	2,79				3		4		3		5
3	5,45			4	5		5				
4	9,79			6	8		7				
5	10,27	1	14	3	7	4	8				
6	10,66			2	14						
7	15,58										
8	15,62										
9	16,87									3	16
10	18,17										
11	19,21										
12	21,01					6	25				
13	25,82			1	29	5	31				
14	30,78										
15	48,31	2	350	8	250					1	44
Всього за днями:		2	364	8	320	6	80	1	3	3	65
$t_{обс}$ =		182,0		40,0		13,3		3,0		21,7	
$\Delta t_{надх}$ =		240,0		60,0		80,0		480,0		160,0	
$S_{обс}$ =		301,7		76,3		3,4				3,5	
Всього за тиждень		20	832								

Таблиця Б.2.2. Обчислені значення параметрів обслуговування документів за заданим рандомізованим планом обслуговування

$\bar{t}_{\text{обс}} =$ $\Delta t_{\text{надх}} =$			**27,4** **126,3**					**26,1** **133,3**	**41,6** **120,0**
$\xi_1 =$ $0,3$		n	1-й тиждень					2-й тиждень	3-тиждень
	$K_1 =$		0,708					0,674	0,807
	$K_2 =$		0,274					0,261	0,416
	$F =$		0,721					0,720	0,651
	$R = 3$		Результати статистичного оброблення						
	$K_1 =$		0,730						
	$K_2 =$		0,317						
	$S_1^2 =$		0,005						
	$S_2^2 =$		0,007						
	$F =$		0,697						
	$s_F =$		0,064						
	$\gamma =$		0,80	0,909	0,95	0,98	0,99		
	$\frac{1+\gamma}{2} =$		0,90	0,95	0,98	0,99	0,995		
	$\varepsilon =$		0,082	0,105	0,125	0,148	0,164		
	$\bar{F}^- =$		0,615	0,592	0,572	0,549	0,533		
	$\bar{F}^+ =$		0,779	0,802	0,822	0,845	0,861		

Таблиця Б.2.3 – Рандомізовані плани обробки документів за окремими днями робочого тижня

№ з/п	Прогнозований час		Документ		Фактичний час, хв
	хв	с	№	Назва	
13.05.2002					
1	2	45			
2	2	47			
3	5	27			
4	9	47	4	бланк	3
5	10	16			
6	10	39			
7	15	35	1	бланк	11
8	15	37			
9	16	52			
10	18	10			
11	19	12			
12	21	00	3	бланк	20
13	25	49	4	план	32
14	30	47			
15	48	18			
14.05.2002					
1	2	45	7	лист	2
2	2	47	6	інформація	2
3	5	27	2	лист	5
4	9	47	5	графік	17
5	10	16	1	лист	8
6	10	39	4	лист	10
7	15	35	3	лист	12

Продовження таблиці Б.2.3 – Рандомізовані плани обробки документів за окремими днями робочого тижня

№ з/п	Прогнозований час		Документ		Фактичний час, хв
	хв	с	№	Назва	
8	15	37	8	лист	2
9	16	52			
10	18	10			
11	19	12			
12	21	00			
13	25	49			
14	30	47			
15	48	18			
15.05.2002					
1	2	45	1	лист	1
2	2	47			
3	5	27	3	довіреність	5
4	9	47	2	лист	9
5	10	16			
6	10	39			
7	15	35			
8	15	37			
9	16	52			
10	18	10			
11	19	12			
12	21	00			
13	25	49			
14	30	47			

Кінець ДОДАТКА Б

Кінець таблиці Б.2.3 – Рандомізовані плани обробки документів за окремими днями робочого тижня

№ з/п	Прогнозований час		Документ		Фактичний час, хв
	хв	с	№	Назва	
15	48	18			
16.05.2002					
1	2	45			
2	2	47			
3	5	27	2	лист	6
4	9	47			
5	10	16			
6	10	39			
7	15	35			
8	15	37			
9	16	52			
10	18	10			
11	19	12			
12	21	00			
13	25	49			
14	30	47			
15	48	18	1	пам’ятка	68

ДЛЯ НОТАТОК

ДЛЯ НОТАТОК

ДЛЯ НОТАТОК

ДЛЯ НОТАТОК

ДЛЯ НОТАТОК

Наукове видання

МОРОЗОВ Олександр Олександрович
КТІТОРОВ Максим Олександрович

МОДЕЛІ ТА МЕТОДИ ОПТИМІЗАЦІЇ СИСТЕМ ОБСЛУГОВУВАННЯ СКЛАДОВИХ СИЛ ОБОРОНИ УКРАЇНИ

Монографія

Редактор *О. С. Лєднік*
Комп'ютерне макетування *Д. В. Кубайчук*

Формат паперу 60×90/16. Ум. друк. арк. 13,5. Наклад 10 прим. Зам. № 3. Видавець – Київський інститут Національної гвардії України. Свідоцтво про державну реєстрацію ДК № 7696 від 08.11.2022 р. вул. Оборони Києва, 7, м. Київ, 03179.